CONCOURS D'ENTREE ECINE

AOUT 2014

PHYSIQUE

DUREE DE L'EPREUVE : 2h00

Le sujet comporte 8 pages

Calculatrice autorisée

Avertissement : toute question relative au sujet est interdite pendant l'épreuve
Si le candidat repère ce qu'il pense être une erreur de sujet,
il consigne sur sa copie les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre
et continue son travail

A – MECANIQUE – JAMES WEBB TELESCOPE

Dès 1923, Hermann Oberth mentionne l'intérêt d'un télescope spatial. En effet, un télescope terrestre reçoit des radiations filtrées par l'atmosphère terrestre qui absorbe des radiations électromagnétiques dans le domaine de l'infrarouge notamment. Par ailleurs un télescope spatial n'est pas sensible aux turbulences atmosphériques.

Le télescope spatial Hubble, du nom de l'astronome américain Edwin Hubble, a été lancé en 1990. Celui-ci souffrait au départ d'un défaut de courbure du miroir, non détecté avant la mise en orbite, qui provoquait des images floues. Après modification grâce à une mission spatiale, Hubble put enfin fournir ses premières images de l'Univers dans le domaine du spectre ultraviolet, visible et proche infrarouge. Le télescope Hubble, d'une masse m = 11 tonnes, est positionné sur une « orbite basse » à une altitude quasi constante h = 600 km de la surface de la Terre.

Le télescope spatial James Webb, du nom d'un administrateur de la NASA, doit succéder au télescope Hubble en 2018. Il sera lancé par une fusée Ariane 5. Le télescope spatial James Webb, d'une masse de 6200 kg, sera en orbite à une distance proche de 1,5 millions de kilomètres de la Terre en un point dénommé « point de Lagrange L2 » (voir ci-dessous).

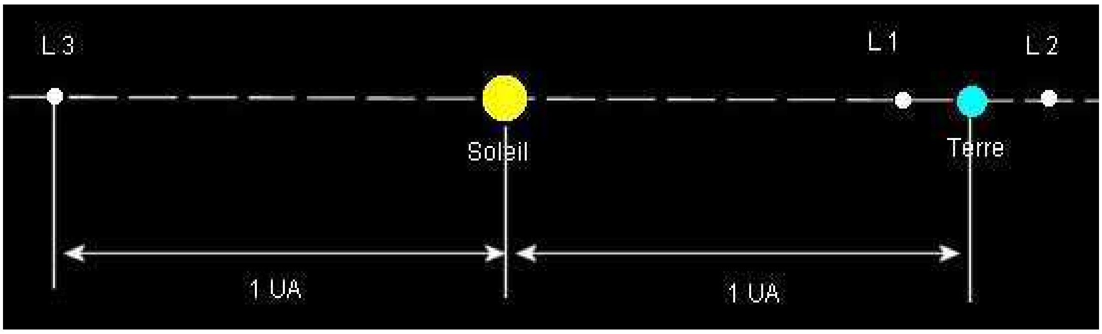
Points de Lagrange

En mécanique céleste, il est un sujet qui a passionné de nombreux mathématiciens : c'est le problème dit « des trois corps ». Joseph-Louis Lagrange étudia le cas d'un petit corps, de masse négligeable, soumis à l'attraction de deux plus gros : le Soleil et, par exemple, une planète. Il découvrit qu'il existait des positions d'équilibre pour le petit corps.

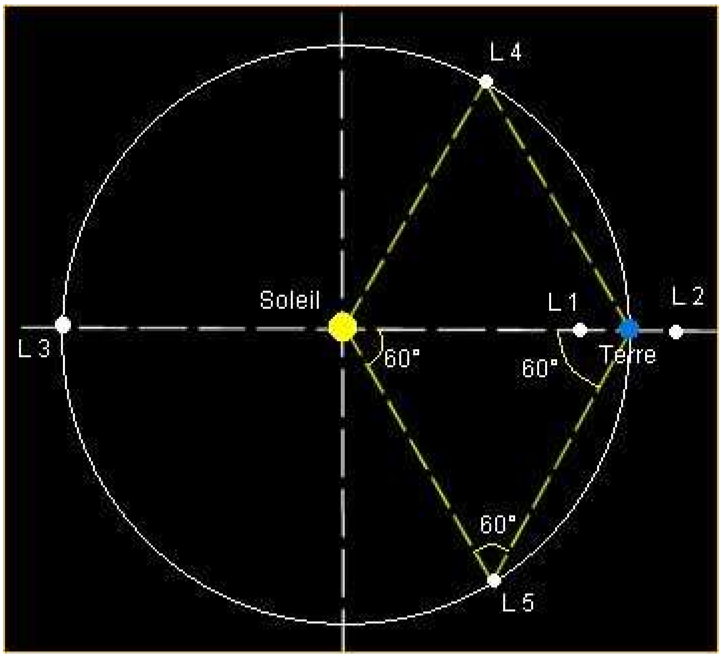
Un point de Lagrange (il en existe 5, notés L_1 à L_5) est une position de l'espace où les champs de gravité de deux corps très massifs en orbite l'un autour de l'autre fournissent exactement la force centripète requise pour que ce point de l'espace accompagne simultanément la rotation des deux corps.

Dans le cas où les deux corps sont en orbite circulaire, ces points représentent les endroits où un troisième corps de masse négligeable resterait immobile par rapport aux deux autres : il accompagnerait à la même vitesse angulaire leur rotation autour de leur centre de gravité commun sans que sa position par rapport à eux n'évolue. La sonde d'observation SoHO, destinée à observer le Soleil, a par exemple été placée au point L1.

Positions des points de Lagrange sur l'axe Soleil-Terre



Positions des points L_1 à L_3 sur l'axe Soleil-Terre



Positions des 5 points de Lagrange

Données :
Constante de gravitation universelle : G = $6{,}67 \times 10^{-11}$ $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$
Masse du Soleil : $M_S = 1{,}99 \times 10^{30}$ kg
Masse de la Terre : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg
Distance moyenne Soleil-Terre : d = $149{,}6 \times 10^6$ km équivaut à 1 UA (unité astronomique)

Les deux parties sont indépendantes

1. Première partie : étude de l'orbite du télescope spatial Hubble

On étudie le système {télescope spatial Hubble} dans le référentiel géocentrique en négligeant l'interaction gravitationnelle du Soleil avec le télescope.

1.1. Quelle est la trajectoire du télescope Hubble dans ce référentiel ?

1.2. À partir de la deuxième loi de Newton, montrer que, dans l'approximation d'une trajectoire circulaire, le mouvement du télescope Hubble est uniforme.

1.3. Montrer que l'expression de la valeur de la vitesse v du satellite dans le référentiel géocentrique est : $v = \sqrt{\dfrac{G.M_T}{R_T + h}}$.

1.4. Établir l'expression de sa période de révolution T en fonction de R_T, h et v.

1.5. Rappeler la troisième loi de Kepler.
Montrer que dans le cas du télescope spatial Hubble on a la relation : $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G.M_T}$ où r = R_T + h représente la distance entre le centre de la Terre et le télescope spatial.

1.6. Calculer la période de révolution T du télescope spatial Hubble, exprimée en minutes.

2. Deuxième partie : étude de la mise en orbite du télescope spatial James Webb

Le télescope spatial James Webb sera mis en orbite par le lanceur européen Ariane 5 depuis la base de lancement située à Kourou en Guyane. Dans cette partie on étudie tout d'abord le système {Ariane 5} (incluant tout son équipement y compris le télescope) dans le référentiel terrestre que l'on suppose galiléen pendant la durée de l'étude. Initialement le système {Ariane 5} est situé sur sa base de lancement. Le repère d'espace choisi est un axe vertical Oz orienté vers le haut. L'origine O est initialement confondue avec le centre d'inertie de la fusée de sorte que z(0) = z_0 = 0.

2.1. Lors de son décollage, la fusée Ariane 5 et son équipement possèdent une masse totale proche de M = 780 tonnes. La valeur F de la force de poussée générée par ses propulseurs est de l'ordre de 14,0 x 10^6 N.

2.1.1. Déterminer la valeur P du poids de la fusée Ariane 5 au moment de son décollage. Donnée : g = 9,8 $m.s^{-2}$ (intensité de la pesanteur).

2.1.2. Déduire de la deuxième loi de Newton l'expression de la coordonnée a_Z du vecteur accélération $\vec{a}$ du lanceur Ariane 5 au moment de son décollage en fonction de M, F et g.

2.1.3. L'accélération reste constante si l'on peut négliger les forces de frottement fluide et si le champ de gravitation reste constant. On montre que l'altitude z(t) du lanceur Ariane 5 est alors donnée par la relation :

$$z(t)=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{F}{M}-g\right).t^2$$

Calculer la valeur de l'altitude z du lanceur Ariane 5 au bout de 10 s dans ces conditions.

2.1.4. En réalité, l'altitude d'Ariane 5 est nettement plus faible au bout de 10 s. Proposer une explication énergétique.

On envisage à présent le cas où le télescope James Webb aura atteint le point de Lagrange L2.

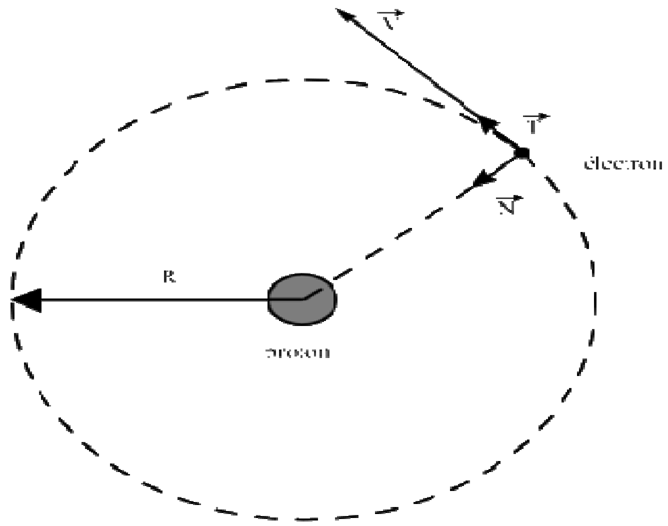
2.2. Pourquoi le point L2 a-t-il été choisi pour l'orbite du télescope James Webb plutôt que le point L1, alors qu'il est envisageable de placer plusieurs satellites au même point de Lagrange ?

B- PHYSIQUE ATOMIQUE

On se propose dans cet exercice d'étudier le modèle de l'atome d'hydrogène proposé par Niels Bohr en 1913. Ce modèle est une continuité du modèle planétaire proposé par Ernest Rutherford, avec cette différence essentielle que Niels Bohr introduisit un nouveau concept, à savoir la quantification des niveaux d'énergie dans l'atome.

1. Mouvement de l'électron dans l'atome

Pour commencer cette étude, on suppose que l'électron est animé d'un mouvement circulaire et uniforme de rayon R autour du proton. Les caractéristiques du mouvement de l'électron sont exprimées dans la base mobile de vecteurs unitaires $\vec{N}$ et $\vec{T}$ comme indiqué sur le schéma qui suit :



L'électron est soumis à une force d'interaction électrostatique $\vec{F}$ centripète :

$$\vec{F} = k\,\frac{e^2}{R^2}\,\vec{N}$$

où R est le rayon de l'atome, e la valeur de la charge électrique élémentaire et *k* une constante.

1. Représenter sur le schéma ci-dessus cette force d'interaction.

2. On rappelle que la charge élémentaire e s'exprime en coulomb (C). Déterminer alors l'unité de la constante *k*.

3. Dans le cas d'un mouvement circulaire et uniforme, écrire l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ dans la base mobile $\vec{T}$, $\vec{N}$, ceci en fonction de la valeur de la vitesse $\vec{V}$ de l'électron et du rayon R de la trajectoire circulaire.

4. En appliquant une loi dont on donnera le nom, montrer que la valeur de la vitesse $\vec{V}$ est donnée par l'expression suivante :

$$V = e\sqrt{\frac{k}{mR}}$$

5. Calculer la valeur de cette vitesse. On donne :

$m = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg

$e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C

$R = 5,3 \cdot 10^{-11}$ m

$k = 9,0 \times 10^{9}$ SI

6. Connaissant l'expression littérale de la vitesse V, déterminer l'expression littérale de son énergie cinétique E_c.

7. Calculer la valeur de cette énergie cinétique, puis convertir celle-ci en électron-volt (eV). On donne : 1 eV = 1,6 10^{-19} J.

II. La quantification de Bohr

Dans le modèle de Bohr, l'énergie de l'atome est quantifiée.

1. Expliquer succinctement ce que signifie l'adjectif « quantifié ». On pourra, pour illustrer le propos, faire une comparaison avec l'énergie déterminée dans le cadre de la mécanique de Newton.

L'énergie de l'atome d'hydrogène se met sous la forme :

$$E_n = \frac{-13,6}{n^2}\ (eV)$$

où *n* est un nombre entier strictement positif appelé nombre quantique principal.

À chacune de ces énergies est associée une orbite circulaire de l'électron dont le rayon r_n vérifie : $r_n = a_0\, n^2$

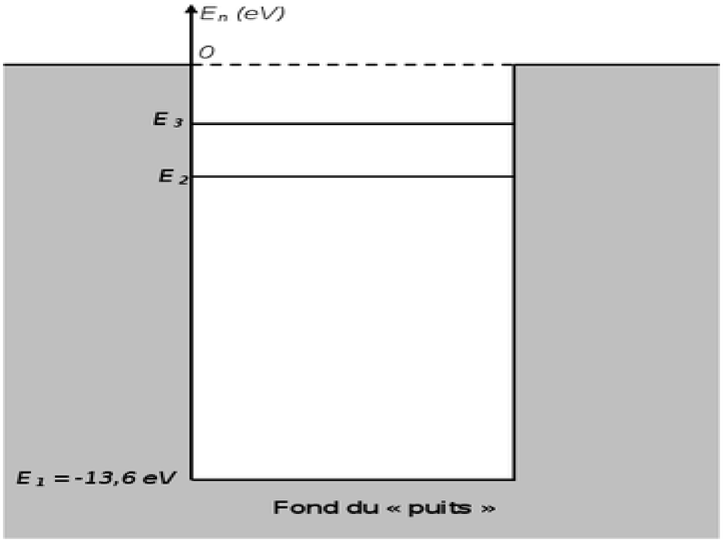
avec a_0 une grandeur appelée « rayon de Bohr », valeur du rayon de l'atome pour la plus petite valeur de *n* à savoir *n* = 1.

2. Compléter le tableau ci-après en indiquant la valeur de l'énergie de l'atome ainsi que le rayon de l'orbite de l'électron en fonction de *n*. Le rayon sera exprimé en multiple de a_0.

n	1	2	3	4	5
E_n (eV)	-13,6	-3,40	-1,51		
r_n	a_0	$4a_0$	$9a_0$		

3. Vers quelle valeur évolue l'énergie E_n de l'atome lorsque la valeur du nombre quantique principal *n* devient très grande ? Même question concernant la valeur du rayon r_n.

L'image que l'on peut donner à l'électron en interaction avec le proton dans l'atome d'hydrogène est celle d'un puits dans lequel l'électron serait « piégé ». Le document ci-après donne une représentation graphique de ce puits.



Ne sont représentés sur ce diagramme que les trois premiers niveaux d'énergie, à savoir E_1 (le niveau fondamental ou fond du « puits »), E_2 et E_3.

4. Quelle énergie minimale faut-il fournir à l'atome pour « libérer » l'électron de ce puits ?

5. Quelle modification subit l'atome d'hydrogène si l'électron est « libéré » de ce puits ?

6. On apporte à l'atome, dans son état de plus basse énergie E_1, une énergie $\Delta E = 10{,}2\ eV$ (on ne cherchera pas à savoir comment). Dans quel état énergétique se retrouve alors l'atome après avoir reçu cette énergie ?

7. Dans ce nouvel état, l'atome est instable et va chercher à retrouver son état de plus basse énergie. Ce phénomène s'accompagne de l'émission d'un photon.

Déterminer sa fréquence puis sa longueur d'onde dans le vide.

On donne h = $6{,}62\ 10^{-34}$ J.s et c = $3{,}00\ 10^{8}$ m.s^{-1}

FIN DE L'EPREUVE