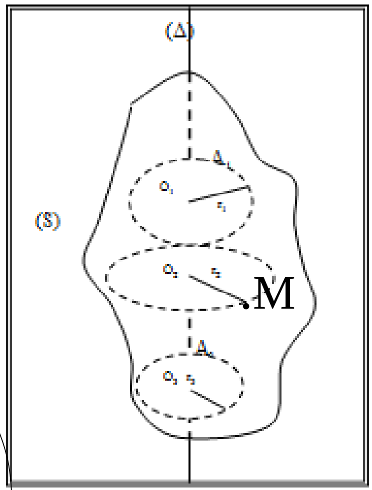
Rotation d'un solide indéformable autour d'un axe fixe (Δ) .

Prof. DELAHI Mohamed

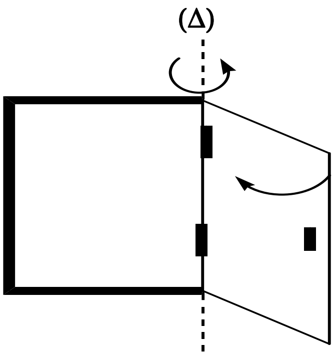
1) Définition :

✓ On dit qu'un corps solide indéformable est en mouvement de rotation autour d'un axe fixe ; si tous les points qui le constituent sont en mouvement circulaire centré sur cet axe (Δ), (sauf les points appartenant à l'axe de rotation).

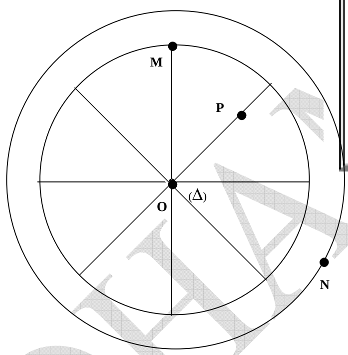


- ✓ le point M a un mouvement circulaire.
- ✓ le corps (S) un mouvement de rotation autour de l'axe (Δ).

Exemples :



Une porte

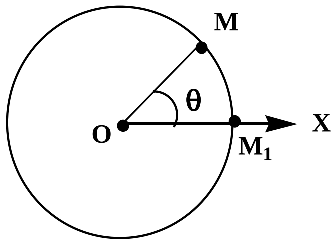


Une roue

2) Repérage d'un point M en mouvement circulaire.:

✓ **2-1/ <u>Abscisse angulaire θ(t):</u>**

C'est l'angle orienté que fait le vecteur position $\vec{OM}$ avec an axe arbitraire $\vec{OX}$



$$\theta(t) = \left(\vec{OX}, \vec{OM}\right)$$

Rad

- ✓ θ(t) est un grandeur algébrique exprimée en rad
- ✓ θ(t) = f(t) : Equation horaire du mouvement.

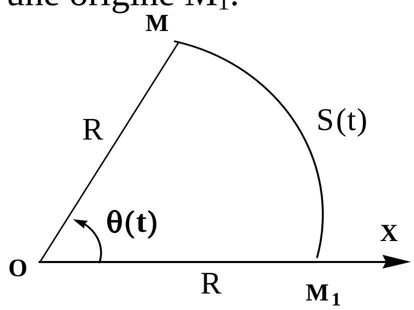
Remarque : $\dfrac{\theta(\text{deg})}{180} = \dfrac{\theta(\text{rad})}{\pi}$

✓ **2-2 <u>Abscisse curviligne S(t):</u>**

C'est la mesure algébrique de l'arc $\overset{\frown}{MM_1}$ compté à partir d'une origine M_1.

$$S(t) = \overset{\frown}{MM_1}$$

m



2-3 Relation entre θ(t) et S(t) :

Abscisse curviligne (m)

Abscisse angulaire (rad)

Remarque :

$$s(t) = R \times \theta(t)$$

Rayon (m)

$$\theta = 2\pi \times n$$

Abscisse angulaire (rad)

Nombre de tours

3) Vitesse angulaire ω(t) :

3-1 vitesse angulaire moyenne ω_m :

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad \begin{cases} \Delta\theta & \text{en rad} \\ \Delta t & \text{en s} \\ \omega_m & \text{en rad.s}^{-1} \end{cases}$$

On la note avec $\Delta\theta$: angle balayé par $\overrightarrow{OM}$ pendant la duré Δt

3-2 vitesse angulaire instantanée

$$\omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

θ_{i+1} Abscisse angulaire à instant t_{i+1}
θ_{i-1} Abscisse angulaire à instant t_{i-1}

4) Vitesse linaire d'un point du solide V(t) :

4-1 vitesses linaire moyenne :

$$V_m = \frac{d}{\Delta t} \qquad \begin{cases} d & \text{en m} \\ \Delta t & \text{en s} \\ V_m & \text{en m.s}^{-1} \end{cases}$$

4-2 vitesses linaire instantanées

$$V_i = \frac{\overset{\frown}{M_{i+1}M_{i-1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

Remarque : pendant une durée très court : $\overset{\frown}{M_{i+1}M_{i-1}} = M_{i+1}M_{i-1}$

Relation entre la vitesse linaire V et la vitesse angulaire ω :

Vitesse linaire (m/s)

vitesse angulaire (rad/s)

$$V = R \times \omega$$

Rayon (m)

5) le mouvement de rotation uniforme.

5-1/- Définition :

Le mouvement d'un corps solide autour d'un axe fixe est uniforme ; si sa vitesse angulaire ω reste constante au cours du temps : $\omega = Cte$

5-2/-période T et fréquence N :

La période T : le temps d'un tour complet effectué par tout point d'un corps solide indéformable en rotation uniforme autour d'un axe fixe :

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

La fréquence N: la fréquence ***N***, d'un mouvement de rotation uniforme d'un corps solide indéformable, représente le nombre de répétition qu'effectue chaque point de ce corps solide en 1 seconde.

fréquence **(Hz)**

Vitesse angulaire (rad/s)

$$N = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

période **(s)**

*5-3/ Equation **horaire** du mouvement de rotation uniforme :*

En abscisse angulaire θ(t) *:*

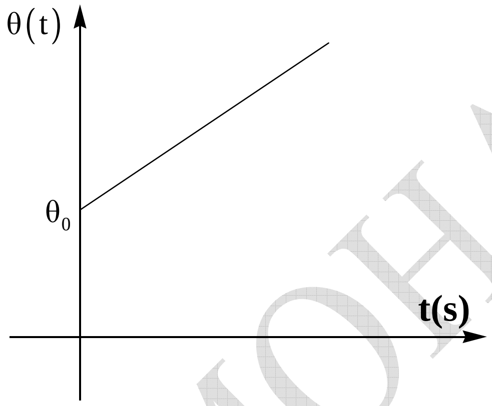
abscisse angulaire (rad)

Abscisse angulaire.à l'origine (rad)

$$\theta_M(t) = \omega \times t + \theta_0$$

vitesse angulaire (rad/s)

Instant (s)



En abscisse curviligne s(t) :

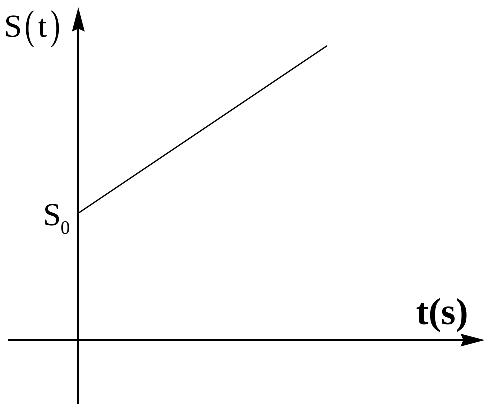
Abscisse curviligne (m)

Abscisse curviligne.à l'origine (rad)

$$S(t) = V \times t + S_0$$

Vitesse linaire (m/s)

Instant (s)



Exercice 1 :

Un disque de rayon $R = 10cm$ tourne à $30tours/min$, autour d'un axe passant par son centre d'inertie .
1. Calculer la période et la fréquence de ce disque .
2. Calculer la vitesse angulaire du disque . En déduire la vitesse d'un point M situé sur la circonférence d'un disque .
3. Calculer la vitesse d'un pont N situé sur une circonférence de rayon $r = 5cm$.

Exercice 2 :

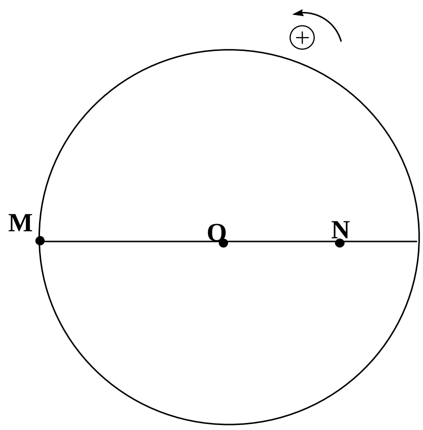
1) Calculer w_s la vitesse angulaire de l'aiguille des secondes d'une montre.
2) Calculer N_m la fréquence de l'aiguille des minutes d'une montre.
3) Calculer V la vitesse linaire de l'extrémité de l'aiguille des heures de cette montre en m/min on donne la distance qui sépare l'extrémité du centre de rotation est de 2 cm.

Exercice 3 :

On considère un disque D tel que : OM = 5 cm, ; ON = 3 cm

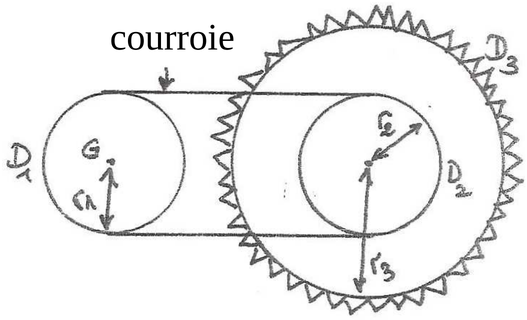
Le disque est en mouvement de rotation uniforme autour d'un axe de révolution (Δ) passant par O:son centre

La fréquence du disque est : N = 100 Hz.



1) Calculer ω_M : vitesse angulaire du point M.
2) Calculer ω_N : vitesse angulaire du point N.
3) Calculer V_M : vitesse linéaire du point M.
4) Calculer V_N : vitesse linéaire du point N.
5) Sachant qu'à t = 0 l'abscisse angulaire du point N est
   5-1 / Donner l'équation horaire du mouvement du disque.
   5.2 / Donner l'équation horaire en fonction de l'abscisse curviligne des points Met N.
6) Déterminer le nombre de tours effectuées par le disque à l'instant t = 20 s.

Exercice 4 :



Le système se compose de :

- Un disque D_1 de rayon r_1 tournant à l'aide d'un moteur en effectuant 1200 tours par minute.
- Une courroie tournant sans glissement sur les périmètres des disques D_1 et D_2 de rayon R_2.
- Une scie accolée que disque D_3 de rayon R_3.

1. calculer ω_1 : la vitesse angulaire du disque D_1.
2. Déduire les valeurs de f_1 et T_1 : fréquence et période du disque D_1.
3. calcule V_1 : la vitesse linéaire de la courroie.
4. calculer ω_2 : la vitesse angulaire du disque D_2.
5. calculer V_2 : la vitesse linéaire des dents de la scie.
6. calculer f_3 la fréquence de la scie.

On donne : $r_1 = 10$ cm ; $r_2 = 20$ cm et $R_3 = 30$ cm..