APPLICATION DES LOIS DE NEWTON

I) Chute libre d'un solide dans champ de pesanteur uniforme :

Au voisinage de la Terre, le vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$ en un point où se trouve une masse m (en kg) est défini par: $\vec{g}=\dfrac{\vec{P}}{m}$

- Direction : la verticale du lieu.
- Sens : du haut vers le bas;
- Valeur ou intensité de la pesanteur, g = 9,8 $N.kg^{-1}$ ou $m.s^{-2}$,

A la surface de la terre : $g_0=G\times\dfrac{M_T}{R_T^2}$

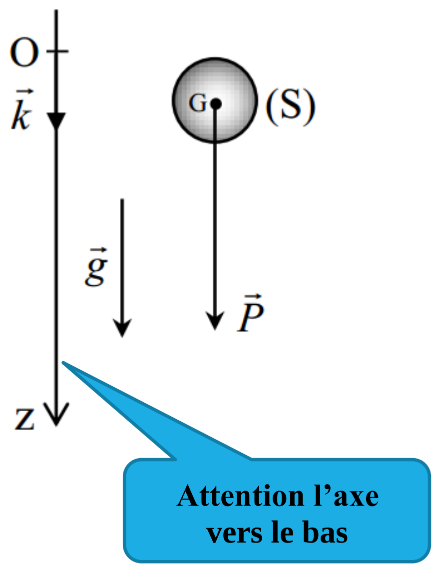
G : Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$;
M_T : Masse de la terre.
R_T : Rayon de la terre.

Dans un champ de pesanteur uniforme, le vecteur champ de pesanteur a même direction, même sens et même valeur en tout point.

1) Chute libre verticale sans frottement.

Un solide est en chute libre lorsqu'il n'est soumis qu'à l'action de son poids.
On considère un solide (S) de masse m en chute libre.

➢ **Etude du mouvement du solide (S) :**



Le système étudié **:** { Solide (S) }

Le bilan des forces **:**

$\vec{P}$: Poids du système $\vec{P}=m\times\vec{g}=m\times g\times\vec{k}$

La deuxième loi de newton **:**

$$\sum\vec{F}_{ext}=m\times\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P}= =m\times\vec{a}_G \Rightarrow \vec{g}=\vec{a}_G$$

par projection sur l'axe (OZ) : $g=a_G$ ou $g=\dfrac{dV_G}{dt}$

c'est l'équation différentielle du mouvement

Solution de l'équation différentielle :

$$V_G(t)=g.t+V_0$$

avec V_0 : la vitesse à l'instant t = 0.

L'équation horaire du mouvement :

$$z(t)=\frac{1}{2}g.t^2+V_0.t+z_0$$

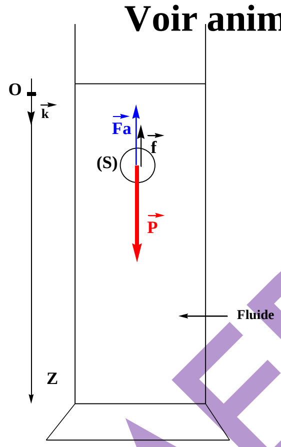
avec z_0 : la position à l'instant t = 0.

➢ **Nature du mouvement du solide (S) :**

La trajectoire est rectiligne et l'accélération est constante avec $\vec{g}.\vec{V} > 0$ donc le mouvement est ***rectiligne uniformément accéléré***

2) Chute verticale avec frottement.

Voir animation



Le système étudié : { Solide (S) }

Le bilan des forces :

$\vec{P}$: Poids du système $\vec{P} = m\times\vec{g} = m\times g\times\vec{k}$

$\vec{F}a$: Poussée d'Archimède $\vec{F}a = -\rho_F\times V\times g.\vec{k}$

$\vec{f}$: Force de frottement $\vec{f} = -K.\vec{V}_G^n$

La deuxième loi de newton :

$$\sum\vec{F}_{ext} = m\times\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{F}a + \vec{f} = \; = m\times\vec{a}_G$$

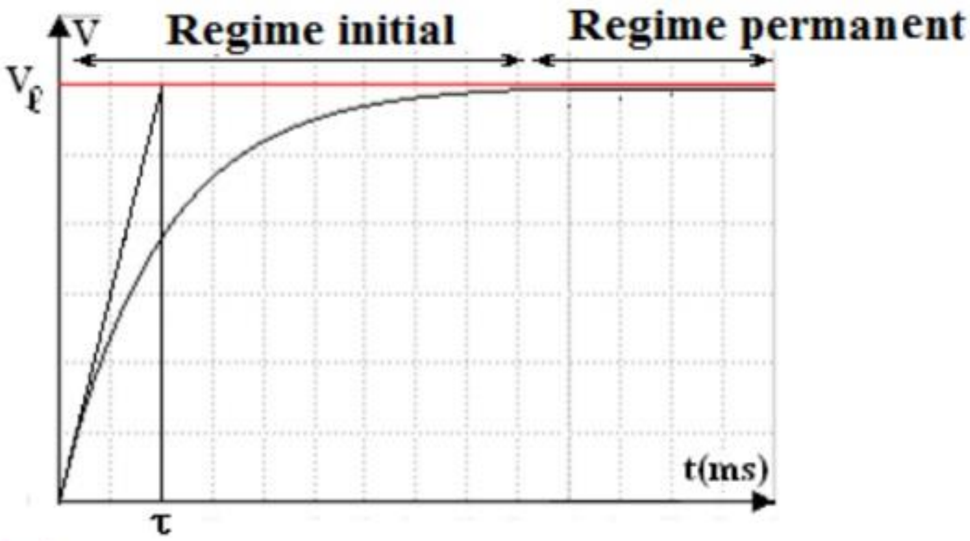
par projection sur l'axe (OZ) : $m\times g - \rho_F\times V\times g \; - K.V_G^n = \; = m\times a_G$

$$[m - \rho_F\times V]\times g \; - K.V_G^n = \; = m\times\frac{dV_G}{dt} \Rightarrow \frac{dV_G}{dt} = \left[\frac{m - \rho_F\times V}{m}\right]\times g \; - \frac{K}{m}.V_G^n$$

L'équation différentielle du mouvement s'écrit sous la forme

$$\frac{dV_G}{dt} = A \; - B\times V_G^n \qquad \text{avec } A = \left[1 - \frac{\rho_F}{\rho_S}\right]\times g \quad \text{et} \quad B = \frac{K}{m}$$

ρ_S : masse volumique du solide (S) et ρ_F : masse volumique du fluide.



Au cours d'une chute verticale avec frottement, le mouvement du centre d'inertie G du solide peut se décomposer en deux phases :

- **Le régime initial ou transitoire**, pendant lequel :
  - La vitesse V_G augmente.
  - La valeur f de la force de frottement fluide augmente
  - L'accélération a_G diminue.
- **Le régime asymptotique ou permanent**, pendant lequel
  - La vitesse V_G est égale à une vitesse constante V_ℓ.
  - La valeur f de la force de frottement fluide est constante
  - L'accélération a_G est nulle.

La recherche de A et de B : $\frac{dV_G}{dt} = A - B\times V_G^n$ avec $A = \left[1 - \frac{\rho_F}{\rho_S}\right]\times g$ et $B = \frac{K}{m}$

- **<u>Le régime initial :</u>** $V_G = 0$ donc $\frac{dV_G}{dt} = A = a_0$

Donc A égale au coefficient directeur de la tangente à la courbe V(t) à l'instant t = 0.

- **<u>Le régime permanent :</u>** $V_G = V_L = cte$ donc $\frac{dV_G}{dt} = A - B.V_L^n = 0 \Rightarrow V_L = \sqrt[n]{\frac{A}{B}}$
- **<u>Graphiquement :</u>**
  A $t = \tau$, la tangente à la courbe V(t) à t = 0 et l'asymptote $V = V_L$ se croisent donc $V_L = a_0.t$; a_0 : le coefficient directeur de la tangente à la courbe V(t) à l'instant t = 0 alors $a_0 = A$

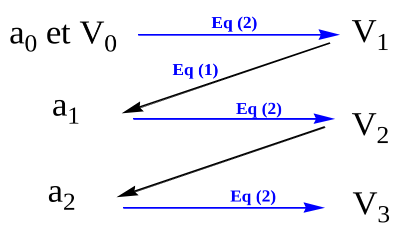
Solution de l'équation différentielle avec la méthode d'EULER:

- La méthode d'Euler est une méthode numérique itérative, **répété plusieurs fois**, qui permet d'évaluer, à intervalles de temps réguliers, différentes valeurs approchées à partir des conditions initiales.
- Il faut pour cela connaître :
  - L'équation différentielle du mouvement : $\frac{dV_G}{dt} = A - B\times V_G^n$
  - Les conditions initiales V_0.
  - Le pas de résolution Δt ; $\Delta t = t_{i+1} - t_i$.
- On peut déterminer les grandeurs cinétiques (vitesses et accélérations) par :
  - L'équation différentielle à l'instant t_i :

$$a_i = \frac{dV_G}{dt} = A - B\times V_i^n \quad (1)$$

  - L'expression de la vitesse d'un point M_i vers un autre M_{i+1} :

$$V_{i+1} = V_i + a_i \times t \quad (2)$$



Exercice d'application N°1 :

Chute d'une bille dans L'huile

Une bille de masse m = 4,0 g et de volume V = 1,0 cm^3, lâchée sans vitesse initiale dans une éprouvette remplie d'huile, tombe verticalement. On admet qu'elle est soumise de la part du liquide à une force de frottement proportionnelle à la vitesse : $\vec{f} = -k.\vec{V}$

1) En appliquant la deuxième loi de Newton à la bille, établir l'équation différentielle du mouvement.
2) Mettre cette équation différentielle sous la forme $\frac{dV_Z}{dt} = A - B\times V_Z(t)$ et calculer les valeurs numériques des coefficients A et B.
3) Calculer la vitesse limite V_L atteinte par la bille.

4) On souhaite résoudre cette équation différentielle par la méthode d'Euler. On choisit $\Delta t = 0{,}020$ s pour le pas de calcul. Calculer les deux premières valeurs non nulles de la vitesse.
   Données : masse volumique de l'huile, $\rho = 0{,}90$ g. cm^{-3} ; intensité de la pesanteur, $g = 9{,}8$ N.kg^{-1}; $k = 3{,}8.10^{-2}$ kg.s^{-1}.

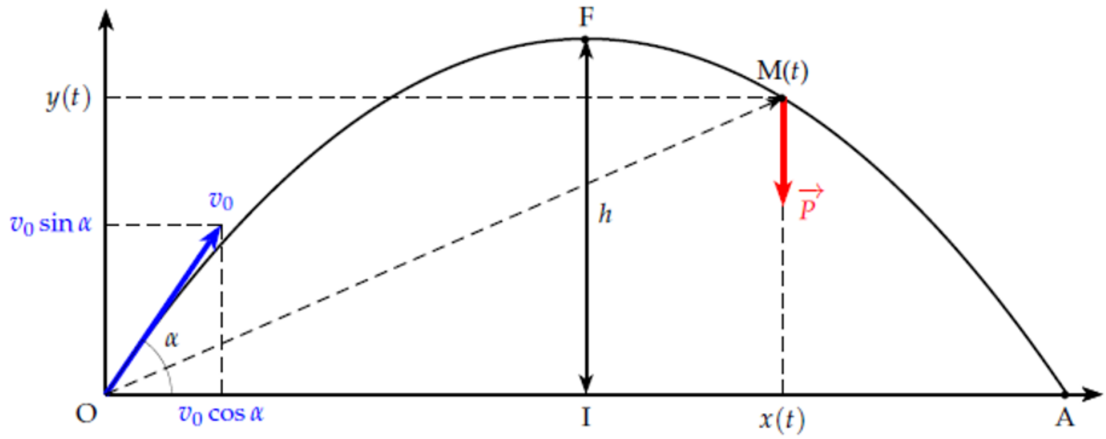
II) Mouvements plans :

1) Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur uniforme.

1-1/ *Enoncé du problème :*

On lance un ballon de foot avec un angle α par rapport à l'horizontale avec une vitesse initiale V_0.

On peut alors faire le schéma suivant :



1-2/ *Equations horaires :*

Le référentiel terrestre peut être considéré comme galiléen car il correspondant aux conditions de laboratoire. On considère le repère OXY, plan correspondant au mouvement : (OX) correspondant à l'horizontale et (OY) à la verticale.

La seule force extérieure au système (le ballon de foot) est le poids. D'après le P.F.D « Principe Fondamentale de Dynamique », on a : $\vec{P} = m\times\vec{a} \Leftrightarrow m\times\vec{g} = m\times\vec{a} \Leftrightarrow \vec{g} = \vec{a}$.

On intègre deux fois le vecteur accélération, que l'on projette sur les deux axes, pour obtenir les équations horaires du système.

$$\vec{a}\begin{cases} a_X = 0 \\ a_Y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{V}\begin{cases} V_X = V_0.\cos(\alpha) \\ V_Y = -g.t + V_0.\sin(\alpha) \end{cases} \Rightarrow \vec{OM}\begin{cases} X_M = V_0.\cos(\alpha).t \\ Y_M = -\frac{1}{2}g.t^2 + V_0.\sin(\alpha).t \end{cases}$$

On obtient alors les équations horaires du mouvement :

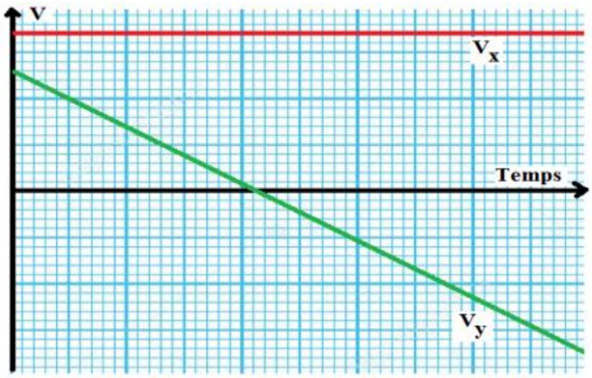
PHYSIQUE

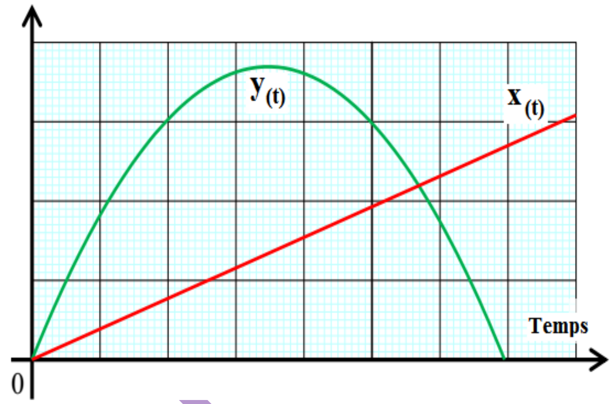
$$X(t) = V_0.\cos(\alpha).t \qquad (1)$$

$$Y(t) = -\frac{1}{2}\,g.t^2 + V_0.\sin(\alpha).t \qquad (2)$$

Remarque

L'équation horaire de l'abscisse x(t) du projectile est une fonction linéaire et l'équation horaire de l'altitude y(t) du projectile est une fonction parabolique :





1-3/ Equation de la trajectoire :

Pour obtenir l'équation de la trajectoire, il faut isoler t dans l'équation horaire (1) puis le remplacer dans l'équation horaire (2) :

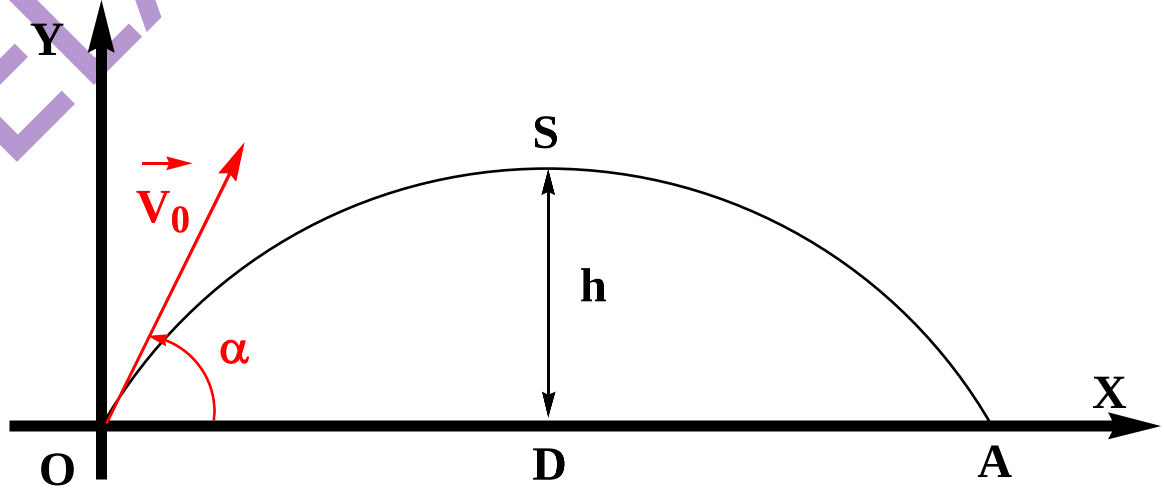
De (1) , on a : $t = \dfrac{x(t)}{V_0 \times \cos(\alpha)}$

On remplace dans (2) : $y(t) = -\dfrac{1}{2} g \left[\dfrac{x(t)}{V_0 \times \cos(\alpha)}\right]^2 + V_0 \times \sin(\alpha) \times \dfrac{x(t)}{V_0 \times \cos(\alpha)}$

On obtient l'équation de la trajectoire suivante : $y(t) = -\dfrac{g}{2V_0^2 \times \cos^2(\alpha)} x^2(t) + \tan(\alpha) \times x(t)$

1-4/ Calcule de la portée :

La trajectoire est donc une parabole concave. Pour déterminer la portée, il faut déterminer la distance OA, c'est à dire la distance x_A où le ballon retombe sur le sol soit pour y_A=0.



D'après l'équation de la trajectoire, on a :

$$-\frac{g}{2V_0^2\times\cos^2(\alpha)}x_A{}^2+\tan(\alpha)\times x_A=0 \Leftrightarrow x_A\left[\tan(\alpha)-\frac{g}{2V_0^2\times\cos^2(\alpha)}\times x_A\right]=0$$

La solution x_A étant la solution non nulle, on a :

$$\tan(\alpha)-\frac{g}{2V_0^2\times\cos^2(\alpha)}\times x_A=0 \Rightarrow x_A=\frac{2\tan(\alpha)\times V_0^2\times\cos^2(\alpha)}{g}=\frac{2\times V_0^2\sin(\alpha)\times\cos(\alpha)}{g}$$

Sachant que : $2\times\sin(\alpha)\times\cos(\alpha)=\sin(2\alpha)$ donc

$$OA=x_A=\frac{V_0^2\sin(2\alpha)}{g}$$

<u>1-5/ Calcule de la flèche : le sommet de la trajectoire:</u>

La flèche correspond à la hauteur maximale atteinte par le ballon : le sommet de la trajectoire.

Sur notre schéma ci-dessus, la flèche correspond à la hauteur $h = Y_S$ atteinte pour l'abscisse X_S.

a) <u>Première méthode : symétrie de la parabole</u>

D'après la symétrie de la parabole, on a : $OD=\frac{OA}{2}=\frac{V_0^2\sin(2\alpha)}{2g}$

On en déduit alors :

$$h=-\frac{g}{2V_0^2\times\cos^2(\alpha)}OD^2+\tan(\alpha)\times OD \Rightarrow h=-\frac{g}{2V_0^2\times\cos^2(\alpha)}\left[\frac{V_0^2\sin(2\alpha)}{2g}\right]^2+\tan(\alpha)\times\frac{V_0^2\sin(2\alpha)}{2g}$$

Apres simplification : $h=\frac{V_0^2\sin^2(\alpha)}{2g}$

b) <u>Deuxième méthode : tangente horizontale</u>

La flèche est obtenue lorsque la vitesse est horizontale soit quand Vy = 0

On alors : $-g\times t+V_0\times\sin(\alpha)=0 \Rightarrow t=\frac{V_0\times\sin(\alpha)}{g}$

On remplace alors dans l'équation horaire de y(t), on obtient :

$$h=y(t)=-\frac{1}{2}g\left[\frac{V_0\times\sin(\alpha)}{g}\right]^2+V_0\times\sin(\alpha)\times\frac{V_0\times\sin(\alpha)}{g} \quad\Rightarrow\quad h=\frac{V_0^2\sin^2(\alpha)}{2g}$$

Exercice d'application N°2 :

Etude du mouvement de centre d'inertie d'une balle

Un élève a filmé le mouvement d'une balle pendant un match de Volleyball, à partir de l'instant où le joueur a passé un service du positon A qui se trouve à une altitude H par rapport à la surface de la terre. Le serveur se trouve à une distance d de filet. (Voir figure).

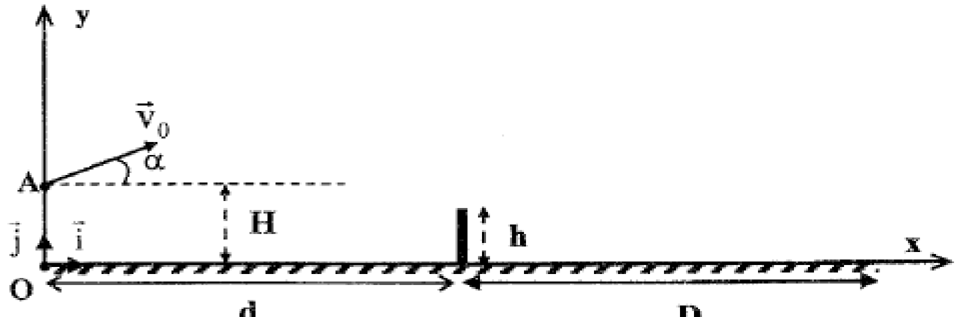


Figure 1

Pour que le service soit acceptable, il faut que la balle réalise les deux conditions suivantes :

- Passe au-dessus de filet qui se trouve à une altitude h de la surface de la terre.
- Tombe dans le camp adverse de longueur D.

Données : On négligera les dimensions de la balle et l'effet de l'air.

L'intensité de la pesanteur vaut : $g = 10\ m/s^2$; $H = 2,60\ m$; $d = D = 9\ m$; $h = 2,50\ m$

On étudie le mouvement de la balle dans un repère orthonormé directe $(O;\vec{i};\vec{j})$ lié à la terre considéré Galiléen. À l'origine des temps, la balle coïncide avec le point A. Le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ constitue un angle α avec la ligne horizontale (voir **figure 1**).

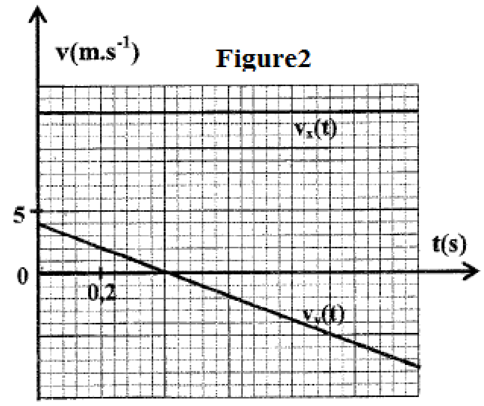
Après le traitement de la vidéo filmée à l'aide d'un dispositif d'acquisition informatique adapté, on obtient les deux courbes représenté sur **la figure 2**. Les courbes de $v_x(t)$ et $v_y(t)$ représentent la variation de la vectrice vitesse de la balle dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1-En appliquant la deuxième loi de Newton, donner l'expression de $v_x(t)$ en fonction de v_0 et α, et l'expression de $v_y(t)$ en fonction de v_0, α, g et t.

2-En utilisant les deux courbes précédentes (voir figure 2), montrer que la valeur de la vitesse initiale est $v_0 = 13,6\ m.s^{-1}$ et que l'angle α est α=17°.

3-Trouver l'équation de la trajectoire de G dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

4-Sachant qu'aucun joueur n'a arrêté la balle, est ce que la balle a vérifié les deux conditions nécessaire pour que le service soit acceptable ? Justifier votre réponse.



PHYSIQUE

2) Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme.

2-1/ *La force magnétique* « Force de Lorentz »

a. Définition :

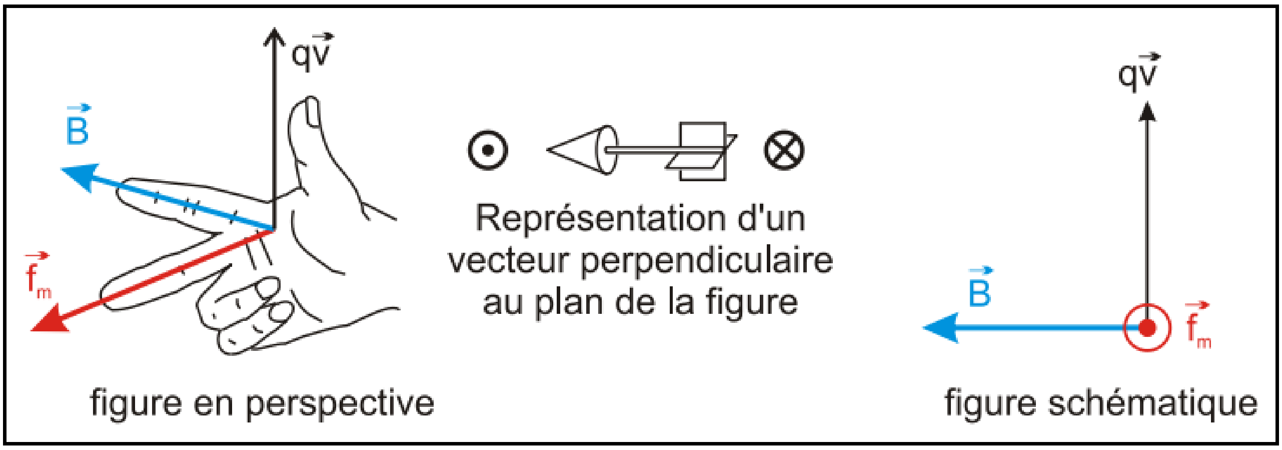
Une charge q qui se **déplace** avec une vitesse $\vec{v}$ dans un champ magnétique caractérisé par le vecteur $\vec{B}$ subit une force magnétique appelée **force de Lorentz** $\vec{F}_m$ donnée par : $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$; $F_m = |q.v.B.\sin\alpha|$

b. Caractéristiques de la force de Lorentz

- **Point d'application** : la position de la particule.
- **La direction** : le perpendiculaire au plan formé par $\vec{v}$ et $\vec{B}$.
- **Le sens** : Le sens de $\vec{F}_m$ dépend du signe de q :
- **L'intensité :** $F_m = |q.v.B.\sin\alpha|$ Avec : $\begin{cases} q : \text{Charge de la particule en C} \\ v : \text{Vitesse de la particule en (m/s)} \\ B : \text{Intensité du champ magnétique en (T)} \\ \alpha : \text{Angle formé par } \vec{v} \text{ et } \vec{B} \end{cases}$

c. Remarque :

- La « règle de la main droite » permet de retrouver facilement la direction et le sens de la force $\vec{F}_m$
- Si v = 0, alors $F_m = 0$ le champ magnétique n'a pas d'effet sur une particule chargée immobile.
- Si $\vec{v}$ est perpendiculaire à $\vec{B}$ alors $F_m = |q| \times v \times B$.

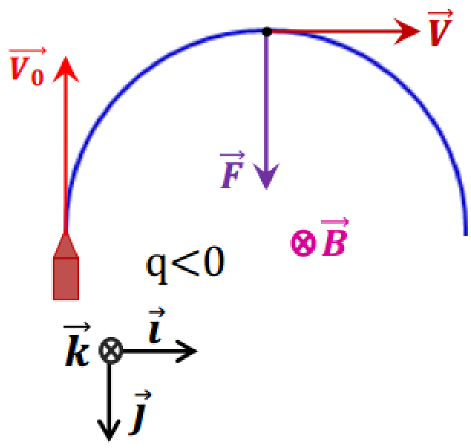


2-2/ *L'étude théorique du mouvement.*

Considérons le mouvement d'une particule chargée mobile dans un champ magnétique uniforme dont le vecteur $\vec{B}$ est orthogonal au vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ de la particule.

Pour décrire le mouvement de la particule dans un référentiel galiléen $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

- **Le système étudié :** {la particule}

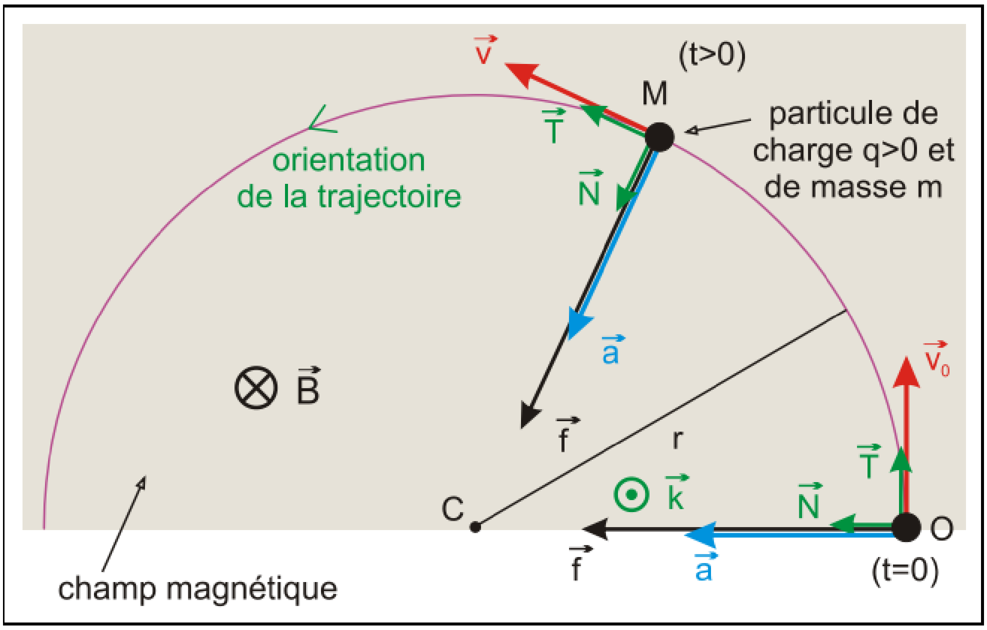


- **Bilan des forces :**
  - $\vec{F}_m$: la force de Lorentz.
  - $\vec{P}$: le poids de la particule ***négligeable***.

- **Les lois de Newton :**

En applique la deuxième loi de Newton à la particule on obtient :

$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G \Rightarrow q\vec{v}\wedge\vec{B} = m.\vec{a}_G$ Donc: $\vec{a}_G = \frac{q}{m}\vec{v}\wedge\vec{B}$ (Le sens de $\vec{F}_m$ est le sens de $\vec{a}_G$) c.à.d. $\vec{a}_G$ est perpendiculaire au plan détermine par $\vec{v}$ et $\vec{B}$.



- **Nature du mouvement :**

La projection de la relation $\vec{a}_G = \frac{q}{m}\vec{v}\wedge\vec{B}$ sur la base de Frenet $(M,\vec{u},\vec{n})$ liée à la particule, complétée par le vecteur unitaire $\vec{k}$ fixe et perpendiculaire au plan formé par $\vec{u}$ et $\vec{n}$ donne :

$$\vec{a}\begin{cases} a_k = 0 \Rightarrow \ddot{z} = 0 \text{ en tenant compte des conditions initiale } z=0 \Rightarrow \text{mouvement plan} \\ a_u = 0 \Rightarrow \frac{dV_T}{dt} = 0 \Rightarrow V_T = V_0 = Cst \quad \text{mouvement uniforme} \\ a_n = \frac{|q|}{m}.V_0.B \Rightarrow \frac{V_0^{\cancel{2}}}{\rho} = \frac{|q|}{m}.\cancel{V_0}.B \Rightarrow \rho = \frac{m.V_0}{|q|.B} = Cst \text{ donc } \rho = R = \frac{m.V_0}{|q|.B} \end{cases}$$

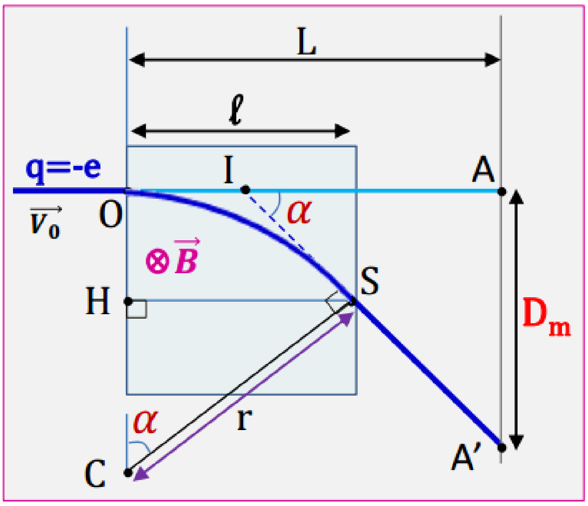
Puisque ρ est constante donc ρ=R et on a : $V=V_0=$ Cst ; m = Cst ; q = Cst ; B = Cst ; donc R = Cst d'où le mouvement est circulaire uniforme de rayon $R=\dfrac{m.V_0}{|q|.B}$.

Remarque :

La période d'une particule est T avec : $V_0 = r\,\omega \Rightarrow \omega=\dfrac{2.\pi}{T}=\dfrac{|q|.B}{m} \Rightarrow T=\dfrac{2.\pi}{|q|.B}.m$

3) Déflexion magnétique (Déviation magnétique) :

Un faisceau de particules identiques, de charge q = -e et de masse m, pénètre en O, est dirigé suivant OA, dans une région de largeur l où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ dans le champ magnétique, les particules décrivent un arc de cercle de rayon $R=\dfrac{m.V_0}{|q|.B}$



Ces particules sortent du champ au point **S**. A partir de ce point leur mouvement est alors rectiligne uniforme selon la tangente en S à la trajectoire circulaire.

Les particules arrivent en A' sur l'écran perpendiculaire à OA et situé à la distance L du point O.

L'expression de Dm=AA'

On a : $\tan(\alpha)=\dfrac{AA'}{AI}=\dfrac{D_m}{L-OI}$ et d'une autre manière $\sin(\alpha)=\dfrac{l}{r}$

Dans les dispositifs utilisés, α est petit, la distance OI<< L est très inférieur à L. Ainsi : $\sin\alpha = \tan\alpha = \alpha$ (α en rad)

$$\sin(\alpha)=\tan(\alpha)=\frac{l}{r}=\frac{D_m}{L} \Rightarrow \frac{l}{r}=\frac{D_m}{L}$$

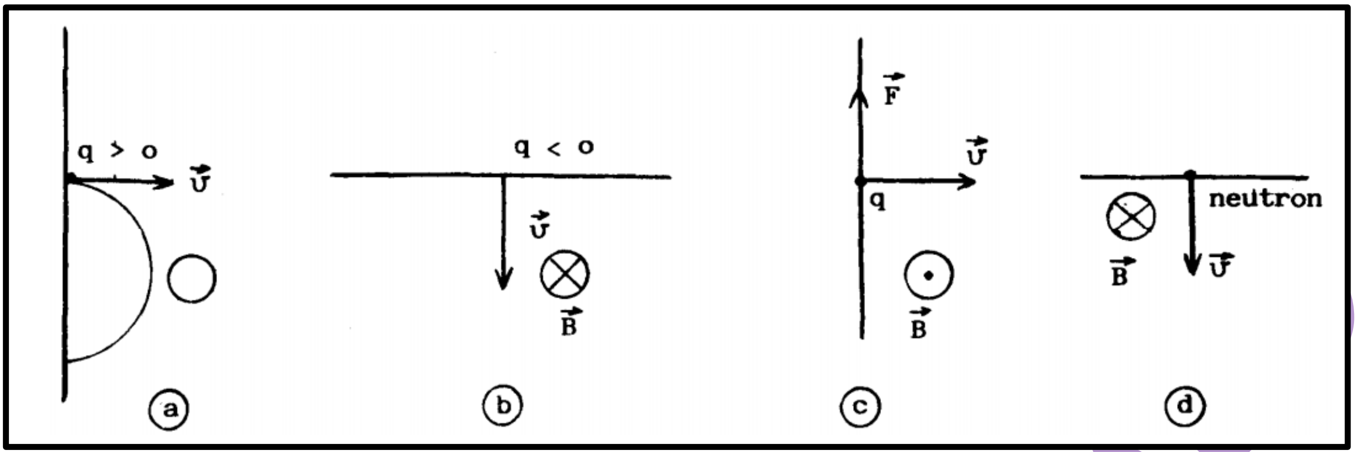
finalement on trouve $D_m=\dfrac{L\times l}{R} \Rightarrow$ $\boxed{D_m=\dfrac{|q|.L.l}{m.v_0}.B}$

Exercice d'application :

.Complétez les schémas ci-dessous.

La particule de charge q positive, négative ou nulle, de vitesse V pénètre dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ orthogonal à $\vec{v}$. On ajoutera selon le cas, le ou les éléments manquants parmi les suivants :

- le sens du champ $\vec{B}$ ⊗ ou ⊙
- le vecteur représentant la force électromagnétique F
- la forme de la trajectoire
- le signe de la charge q



4) **Mouvement des Satellites artificiels et planètes :** **Animation N°1**

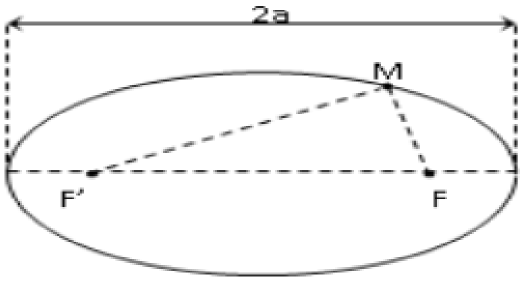
4-1/ Lois de Kepler. **Animation N°2**

Les lois **de Kepler** décrivent le mouvement des planètes autour du soleil.

- **Première loi de Kepler (1906) : Loi des orbites**

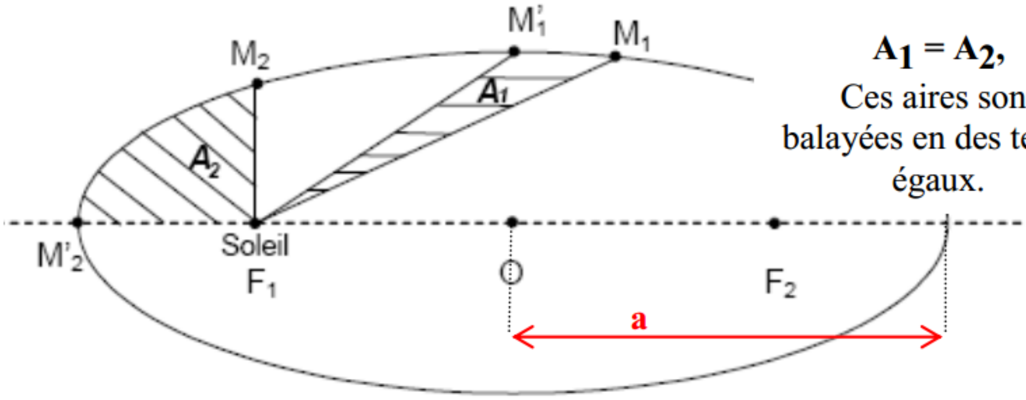
Les planètes décrivent des orbites en forme d'ellipses dont le soleil occupe l'un des foyers de l'ellipse.

- Une Ellipse dans un plan est un ensemble de points M qui satisfont à la relation : $FM + F'M = 2a$
- F et F' deux points constants nommés foyers de l'ellipse
- **2a** : Longueur du grand axe de la trajectoire elliptique.
- **a** : Longueur du le demi grand axe de la trajectoire elliptique



- **Deuxième loi de Kepler (1906) : Loi des aires**

Pendant des durées égales, le rayon vecteur joignant le soleil à la planète balaie des aires égales.



$A_1 = A_2$, Ces aires sont balayées en des temps égaux.

- Le segment de droite (rayon) reliant le centre du Soleil S au centre de la planète P balaie des aires A_1 et A_2 égales pendant des durées égales.
- Le segment de droite SP balaie des aires proportionnelles aux durées mise pour les balayer

- **Troisième loi de Kepler (1618) : Loi des périodes**

Le rapport $\frac{T^2}{a^3}$ **entre le carré de la période de révolution et le cube du demi grand axe est constant.** $\frac{T^2}{a^3}=K_S=Cte$

Avec KS : une constante pour toutes les planètes gravitantes autour du soleil, $\mathbf{K_S = 2,97.10^{-19}\ s^2.m^{-3}}$

4-2/ Les Lois de Kepler dans le cas d'une orbite circulaire

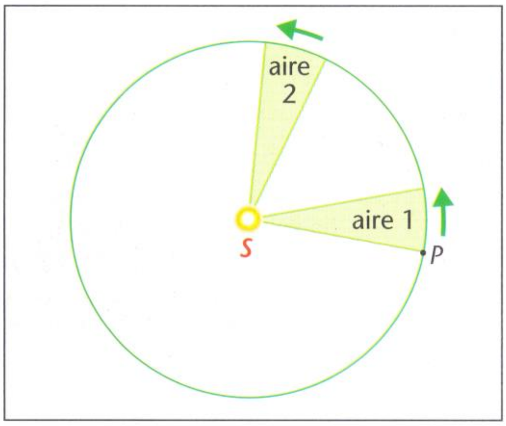
A l'exception de Mercure et de Pluton, les trajectoires des autres planètes peuvent être considérées comme circulaires.

Les lois de Kepler s'appliquent à ce cas particulier pour lequel les foyers de l'ellipse sont confondus (figure ci-contre).

- La loi des orbites indique que la trajectoire est un cercle dont le centre est le centre du Soleil.
- La loi des aires conduit alors à une vitesse de valeur constante : dans ce cas, la planète est en mouvement circulaire uniforme.
- La loi des périodes devient :

$$\frac{T^2}{r^3}=Cte$$

Avec r est le rayon de la trajectoire



Les aires sont égales, les distances parcourues pendant la même durée sont égales: la valeur de la vitesse est constante.

4-2/ Les Lois Application de la deuxième loi de Newton au centre d'inertie d'un satellite artificiel ou d'une planète :

4-2-1/ Type de mouvement :

Système : un satellite de masse m, assimilé à un point matériel, situé à une distance du centre de la Terre $R= R_T + h$ et la masse de la terre est M_T

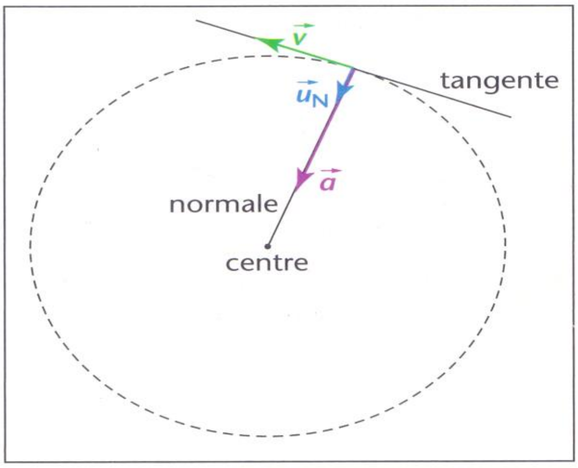
Référentiel : Référentiel géocentrique : est un référentiel dont l'origine est le centre de la Terre et dont les trois axes pointent vers des étoiles lointaines qui apparaissent fixes, supposé galiléen.

Bilan des forces : la seule force extérieure qui s'exerce sur le satellite est l'attraction terrestre $\vec{F}$

- La 2eme loi de Newton appliquée au système étudié s'écrit : $\vec{F} = m.\vec{a}$
- L'accélération $\vec{a}$ est colinéaire à $\vec{F}$ donc dirigée vers O en tout point de la trajectoire.
- Le mouvement étant circulaire, on peut utiliser un repère de Frenet. $\vec{a}$ étant ***centripète*** :

$$\vec{a}_n = a \text{ et } \vec{a}_u = 0$$

On a : $\vec{a}_u = \frac{dV}{dt} = 0$ on en déduit que la vitesse est constante. Le mouvement est donc circulaire et uniforme.



Les vecteurs vitesse et accélération sont constamment perpendiculaires dans un mouvement circulaire uniforme.

4-2-2/ Mouvement circulaire uniforme :

Conditions d'un mouvement circulaire uniforme :

Soit un mobile de masse m et que son centre d'inertie G est animé d'un mouvement circulaire uniforme de rayon r .

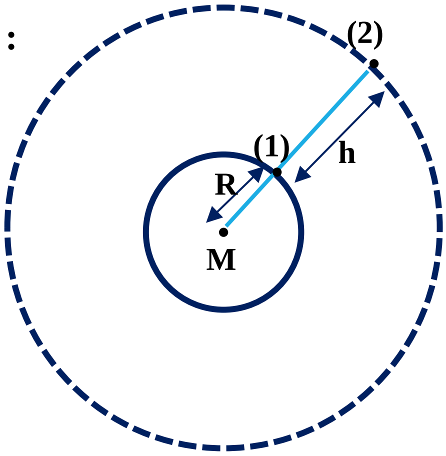
- Soit $\sum \vec{F} = \vec{F}$ la somme des forces agissante sur le mobile
- La 2eme loi de Newton $\sum \vec{F} = m.\vec{a}_G$
- on a $\vec{a}_G = \frac{V^2}{r}\vec{n}$ donc $a_u = \frac{dV}{dt} = 0$ d'où $\vec{F} = m.\frac{V^2}{r}\vec{n}$

Conclusion :

Pour que le mouvement du centre d'inertie d'un mobile circulaire uniforme il faut que :

- La somme vectorielle des forces soit **centripète** (dirigée vers le centre)
- Le module de la somme vectorielle des forces est constant et vérifie la relation $F = m.\frac{V^2}{r}$

4-2-3/ Expression de l'accélération en deux points :



Au niveau du sol (position ①) :

$F = G \times m.\frac{M}{R^2}$ et $F = m.a_0$ donc

$$a_0 = G \times \frac{M}{R^2}$$

Au niveau du sol (position ②)

PHYSIQUE

$F = G\times m.\frac{M}{[R+h]^2}$ et $F = m.a_h$ donc

$$a_h = G\times\frac{M}{[R+h]^2} \quad \text{d'ou} \quad a_h = a_0\times\frac{R^2}{[R+h]^2}$$

4-2-4/ Période de révolution :

La période de révolution, aussi appelée période orbitale, est la durée mise par un astre pour accomplir une révolution complète autour d'un autre astre (par exemple une planète autour du Soleil ou un satellite autour d'une planète).

$$V=\frac{2\pi R}{T}=\sqrt{G\frac{M}{R}} \Rightarrow \frac{4\pi^2R^2}{T^2}=G\times\frac{M}{R} \Rightarrow \frac{T^2}{R^3}=\frac{4\pi^2}{M.G}$$

On en déduit que $\frac{T^2}{R^3}=Cte$ est une constante qui ne dépend que de la masse de planète et en concorde bien avec la troisième loi de Kepler

Et la période de révolution est égale :

$$\boxed{T=2\pi\times\sqrt{\frac{R^3}{G.M}}}$$

4-2-5/ La satellisation

Lancer un corps dans l'espace avec une vitesse lui permettant de décrire, autour de la terre un mouvement circulaire uniforme et sous le seul effet de la force d'attraction qu'exerce la terre sur lui et se fait en deux étapes :

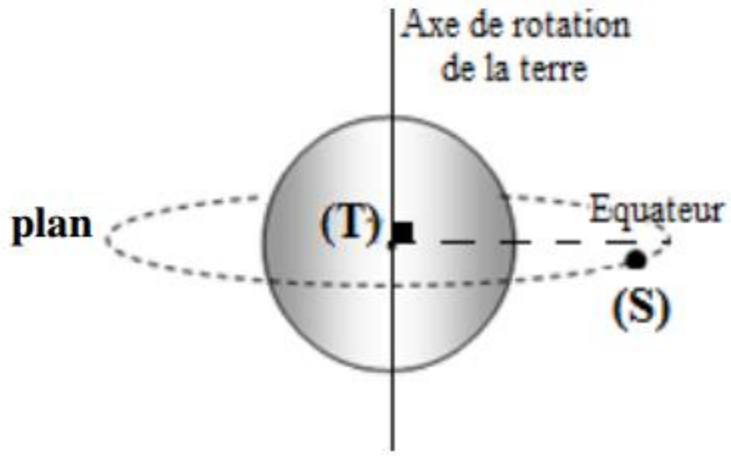
- Porter le satellite loin de la terre (à une hauteur h > 200 km) ou la pesanteur est presque nulle.
- Libérer le satellite avec une vitesse $\vec{V}_0$ normale au rayon R_S de sa trajectoire et de module $V_0=\sqrt{G\frac{M_T}{R_T+h}}$

4-2-6/ Les satellites géostationnaires :

Les satellites géostationnaires : des satellites fixes (stationnaire) par rapport à la terre.

Pour que ce soit le cas, il faut que

- Ils décrivent un mouvement circulaire uniforme dans un plan perpendiculaire à l'axe des pôles terrestres. Ils évoluent donc dans un plan contenant l'équateur.
- Qu'ils tournent dans le même sens que la terre autour de l'axe de ses pôles.
- Leur période de révolution soit exactement égale à la période de rotation de la terre autour de l'axe de ces pôles (24h).



On peut calculer l'altitude à laquelle le satellite doit se situer pour satisfaire cette dernière condition :

Utilisons l'expression de la période à ce satellite :

$$T=2\pi\times\sqrt{\frac{r^3}{G.M}} \text{ donc } r=\sqrt[3]{\frac{G.M.T^2}{4\pi^2}} \text{ avec } r=R_T+h \text{ donc } h=\sqrt[3]{\frac{G.M.T^2}{4\pi^2}}-R_T\cong 36.10^3 \text{ km}$$

Exercice d'application 1 : la masse du Soleil.

Le repère de Copernic est défini de la façon suivante : l'origine correspond au centre d'inertie S du Soleil et trois axes sont dirigés vers trois étoiles fixes (donc très éloignées). Dans ce repère, la Terre est assimilable à un point, décrivant (en première approximation) une orbite circulaire, de centre S, de rayon $r = 1{,}498.10^{11}$ m et de période de révolution de 365,25 jours.

1) Donner l'expression de la force d'interaction gravitationnelle exercée par le Soleil sur la Terre.
2) Exprimer la vitesse V et la période T de révolution de la Terre en fonction de r, de la constante de gravitation universelle G et de la masse Ms du Soleil.
3) En déduire la masse M_S du Soleil.

La constante gravitationnelle : $G = 6{,}67.10^{-11}$ (SI).

Exercice d'application 2 : Satellite

Il n'y a pas d'atmosphère sur la Lune ; aussi, pour se déplacer sur de grandes distances, est-il impossible de prendre l'avion ! On envisage donc de satelliser un véhicule sur une orbite circulaire très basse à une altitude de z = 2,5 km (la trajectoire prévue ne rencontre pas de montagne). Sachant que le rayon lunaire vaut 1737 km et que la masse de la Lune vaut 1/81ème de la masse de la Terre, déterminer :

1) la valeur du champ gravitationnel à la surface de la Lune,
2) la vitesse que doit avoir le véhicule sur son orbite très basse
3) la période de révolution du véhicule.