Chapitre 13 : Chute verticale d'un solide

الوحدة 13 : السقوط الراسي لجسم صلب

❖ **Situation-problème :** **@Chtoukaphysique**

après avoir ouvert leur parachute, les sportifs atteindront une vitesse limite de quelques mètres par seconde , ce qui leur permettra d'atterrir sans trop de risque .

- **La modélisation du mouvement permet-elle de prévoir cette vitesse limite ?**
- **S'agit-il d'une chute libre en sens physique ?**
- **comment décrire le mouvement du centre d'inertie du système (parachutiste , équipement) par application de la seconde loi de Newton ?**

❖ **Objectifs : Connaissances et savoir-faire exigibles et expérimentaux**

Connaissances et savoir-faire exigibles :

- *Définir un champ de pesanteur uniforme*
- *Connaitre les caractéristiques de la poussée d'Archimède*
- *Appliquer la deuxième loi de Newton à un corps en chute verticale dans un fluide et établir l'équation différentielle du mouvement, la force de frottement étant donnée.*
- *Connaitre le principe de la méthode d'Euler pour la résolution approchée d'une équation différentielle*
- *Définir une chute libre, établir l'équation son équation différentielle et la résoudre*
- *Définit un mouvement rectiligne accéléré*
- *Savoir exploiter des courbes $v_G(t)$ pour :*
  - ✓ *Reconnaitre le régime transitoire et régime permanant*
  - ✓ *Évaluer le temps caractéristiques correspondant au passage d'un régime à l'autre*
  - ✓ *Déterminer la vitesse limite*
- *Dans le cas de la résolution par méthode itérative de l' équation différentielle , discuter la pertinence des courbes obtenus par rapport aux résultats expérimentaux (choix du pas de résolution , modèle proposé pour la force de frottement)*

Savoir-faire expérimentaux

- *Utiliser un tableur ou une calculatrice pour résoudre une équation différentielle par la méthode d'Euler*
- *ou une calculatrice pour résoudre une équation différentielle par la méthode d'Euler*

I. Chute verticale d'un solide avec frottement dans un fluide :

1. Forces exercées par le fluide sur le solide en mouvement

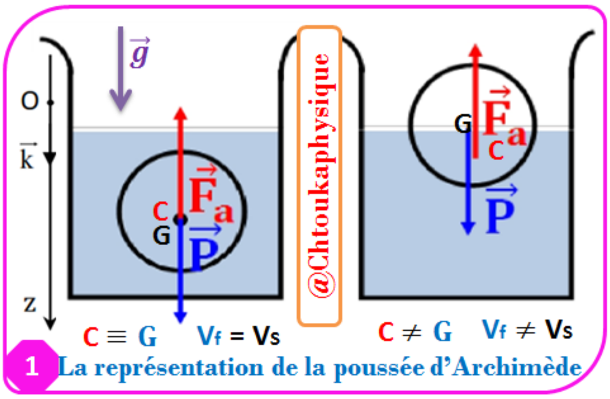
1. 1 Poussée d'Archimède

Tout corps **totalement ou partiellement immergé** dans **un fluide (liquide ou gaz)** subit **une force $\overrightarrow{F_A}$** appelée **poussée d'Archimède** qui a les caractéristiques suivantes :

- Son point d'application est **centre du volume immergé (le point C)**
- Sa direction est **toujours verticale** (droite verticale passant par le point C)
- Son sens est **vers le haut**
- Son intensité F_A est égale au **poids du fluide déplacé** : $F_A = P_f = m_f.g = \rho_f.V_f.g$ avec
  - F_A : **poussée d'Archimède** en **(N)**
  - ρ_f : **masse volumique du fluide** en **($Kg.m^{-3}$)**
  - V_f : **volume du fluide déplace ou volume de la partie immergée du solide** en **(m^3)**
  - g : **intensité du champ de pesanteur** en **($N.kg^{-1}$)**

➢ Alors $\overrightarrow{F_A} = -\rho_f.V_f.\vec{g} = -\rho_f.V_f.g\,\vec{k}$

(voir le schéma ci –contre)



La représentation de la poussée d'Archimède

❖ **Remarque**

❖ Si le solide est totalement immergée alors , le point d'application C est confondu avec G le centre de gravité **et** $V_f = V_s$ (volume du solide) donc $\overrightarrow{F_A} = -\rho_f.V_s.\vec{g}$

- **Le poids apparent $\overrightarrow{P_a}$** d'un objet immergé est la somme vectorielle de son poids $\vec{P}$ et de la poussée d'Archimède : $\overrightarrow{P_a} = \vec{P} + \overrightarrow{F_A}$ soit $\overrightarrow{P_a} = \rho_s V_s \vec{g} - \rho_f V_f \vec{g}$ donc $\overrightarrow{P_a} = (\rho_s - \rho_f) V_f \vec{g}$
- Lorsque $\rho_s > \rho_f$, le corps (S) est **plus dense** que le fluide alors $\overrightarrow{P_a}$ **est dirigé vers le bas** ; donc le corps aura tendance à **descendre (l'objet coule dans le fluide)**
- Lorsque $\rho_s < \rho_f$, le corps (S) est **moins dense** que le fluide alors $\overrightarrow{P_a}$ **est dirigé vers le haut** ; donc le corps aura tendance à **monter (l'objet flotte dans le fluide)**

1. 2 Force de frottement exercée par le fluide

- De façon générale, si un solide est en mouvement par rapport à un fluide, il subit une force de frottement $\vec{f} = -k\,\vec{v}^n$ qui est **toujours colinéaire au vecteur vitesse $\vec{v}$** mais de **sens contraire**
- **Sa valeur dépend de la vitesse v du solide et du coefficient k** qui caractérise **la nature du fluide (la viscosité par exemple) , la forme, les dimensions et l'état de surface du solide**
- Si la vitesse est **faible**, on prend **n = 1** et la force de frottement f devient **f = k.v**
- Si la vitesse est **grande**, on prend **n = 2** et la force de frottement devient **$f = k.v^2$**

2. Étude d'un solide en chute verticale dans un fluide :

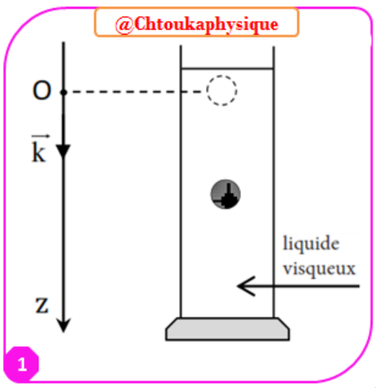
Activité : chute verticale sans vitesse initiale d'une bille dans un liquide visqueux .

➢ **Partie I : Étude expérimentale**

On remplit une éprouvette graduée avec un liquide visqueux et transparent de masse volumique ρ_f et on y fait tomber , à l'instant t = 0 et sans vitesse initiale , une bille homogène de masse volumique ρ et de centre d'inertie G et au même temps on enregistre le mouvement de la bille dans le liquide à l'aide d'un caméra numérique et le conserve dans un document de type (.avi)

La position instantanée du centre d'inertie G est repérée sur l'axe (Oz) orienté vers le bas et de vecteur unitaire $\vec{k}$.

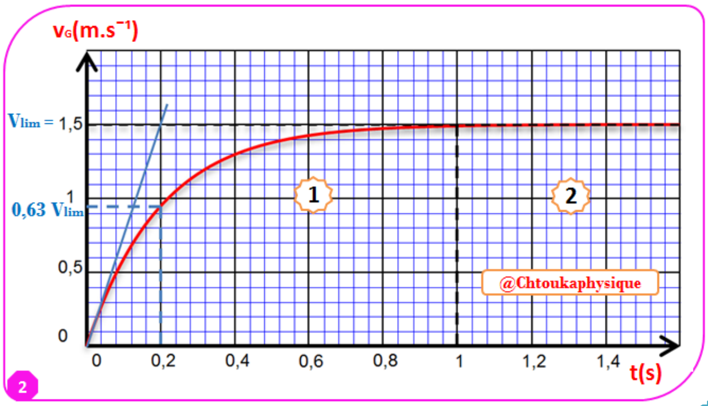
à t = 0 , le centre d'inertie G est confondu avec le point O .



L'analyse de la vidéo obtenue à l'aide d'un logiciel approprié (Aviméca ou Tracker) et d'un tableur (Regressi ou Excel) permet de calculer à chaque instant t la vitesse v du centre G de la bille et de tracer sa variation en fonction du temps (figure 1)

- **Données :**

- Rayon de la bille : r = 6 mm
- Masse de la bille m = 4,1 g
- g = 9,8 m.s^{-2} , $V = \frac{4}{3}.\pi.r^3$



❖ **Exploitation :**

1. 1 Le graphe présente deux régimes ; préciser pour chaque régime l'intervalle de temps correspondant et la nature du mouvement du centre d'inertie G de la bille .
1. 2 La coordonnée a_z (t) = $\frac{dv_z}{dt}$ à l'instant t du vecteur accélération $\overrightarrow{a_G}$ de la bille est égal au coefficient directeur de la tangente à la courbe à l'instant t. La valeur de a augmente -t–elle ou diminue-t-elle au cours du mouvement ? justifier votre réponse puis tracer a = f(t)
1. 3 Tracer l'asymptote à la courbe , le point d'intersection de cette asymptote et l'axe des ordonnées définit **la vitesse limite v_l** , déterminer graphiquement la valeur de v_l
1. 4 Tracer la tangente à la courbe à l'instant t =0 . cette tangente coupe , l'asymptote en un point d'abscisse **τ** appelé **temps caractéristique du mouvement** . déduire graphiquement sa valeur
1. 5 Exprimer l'accélération initiale a_0 en fonction de τ et v_l ? puis calculer sa valeur

➢ **Partie II : Étude théorique**

L'accélération initiale a_0 , le temps caractéristique du mouvement τ et la vitesse limite v_l constituent **les paramètres caractéristiques du mouvement .**

2. 1 Préciser le système étudié et faire l'inventaire des forces appliquées au système
2. 2 En appliquant la deuxième loi , montrer que l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v_G du centre d'inertie G de la bille s'écrit sous la forme : $\frac{dv_G}{dt} + B\, v_G^n = A$, en précisant l'expression de A en fonction de k , ρ et V le volume de la bille et l'expression de B en fonction de ρ , ρ_f et g
2. 3 Déterminer **l'expression de la vitesse limite v_l** du centre d'inertie de la bille en fonction de A et B puis en fonction de k , g , ρ , ρ_f et V
2. 4 Déterminer **l'expression de l'accélération initial a_0** en fonction de ρ_f , ρ et g
2. 5 Déterminer **l'expression de τ le temps caractéristique du mouvement**

➢ **Partie III : Résolution de l'équation différentielle par la méthode d'Euler**

La méthode d'Euler est une **méthode numérique itérative** (c'est –à-dire qu'elle nécessite la répétition d'un même calcul) , elle permet de **déterminer les valeurs de la vitesse à différents instants et d'en déduire la représentation graphique .** Pour cela , il faut connaitre :

- **L'équation différentielle** : $\frac{dv_G}{dt} = A - B\, v_G^n$
- **Les conditions initiales** : v_0
- **le pas de calcul (ou le pas de résolution) Δt** : $\Delta t = t_{i+1} - t_i$

❖ Cette méthode comporte deux étapes de calcul

➢ **La première étape** : si on connait **la vitesse v_i à l'instant t_i** , on peut **calculer l'accélération a_i à la date t_i** , en exploitant **l'équation différentielle** suivante : $a_i = A - B\, v_i^n$

➢ **La deuxième étape** : si on connait **le pas de calcul : $\Delta t = t_{i+1} - t_i$** , on peut **déterminer la valeur de la vitesse v_{i+1} à l'instant t_{i+1}** , avec $t_{i+1} = t_i + \Delta t$, par la relation : $a_i = \frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{1+1}-v_i}{t_{1+1}-t_I}$, soit $v_{i+1} = a_i\, \Delta t + v_i$.

➢ Donc les deux relations importantes dans la méthode d'Euler sont :

Relation 1 : $a_i = A - B\, v_i^n$ et relation 2 : $v_{i+1} = a_i\, \Delta t + v_i$

3. 1 En général, on connait initialement la vitesse initiale v_0 , compléter le tableau suivant :

Étape	Date	Vitesse v_i	Accélération a_i
0	$t_0 = 0$	v_0	……………………
1	$t_1 = t_2 + \Delta t$	…………………	$a_1 = A - B\, v_1^n$
2	………………	$v_2 = a_1\, \Delta t + v_1$	……………………
3	………………	…………………	……………………

La figure 2 représente, plus précisément, les variations de la vitesse v en fonction du temps si **n = 1**

3. 2 Vérifier que l'expression $v_G(t) = \frac{A}{B}\left(1- e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ est solution de l'équation $\frac{dv_G}{dt} + B\, v_G = A$ avec :

$\tau = \frac{1}{B}$ **le temps caractéristiques du mouvement**

3. 3 Écrire **l'expression de la vitesse v_{lim}** du centre d'inertie de la bille en fonction de A et B , puis en fonction de **k , g , ρ , ρ_f et V**

3. 4 Déterminer la valeur **du coefficient k**

3. 5 Le coefficient k varie avec le rayon de la bille et **coefficient de viscosité** η selon la relation : **k = 6.π. η.r** , déterminer **la valeur de viscosité** η du liquide utilisé dans cette expérience

3. 6 L'équation différentielle du mouvement de G s'écrit : $\frac{dv}{dt} = 7{,}5 - 5\, v$, en utilisant la méthode d'Euler et les données du tableau suivant ($\Delta t = 0{,}02$ s) , déterminer **les valeurs a_1 et v_2**

❖ **Interprétation :**

➢ **Partie I : Étude expérimentale :**

1. 1 Le graphe présente deux régimes :

- [0 , 1 s [: **Régime transitoire :** régime au cours duquel , **la vitesse** du centre d'inertie G de la bille **augmente progressivement** jusqu'à **une valeur limite v_{lim}** , donc **le mouvement de G** est **rectiligne accéléré .**

➢ Durant ce régime **la valeur de la force de frottement** du fluide **augmente** et $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m.\, \overrightarrow{a_G} \neq \vec{0}$

- [1 s , ∞[: **Régime permanant** : régime au cours duquel , **la vitesse** du centre d'inertie G de la bille **reste restante** et prend **une valeur limite v_{lim}** , donc **le mouvement de G** est **rectiligne uniforme**

➢ Durant ce régime **la valeur de la force de frottement est constante** et $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m.\, \overrightarrow{a_G} = \vec{0}$ **(l'accélération est nulle) .**

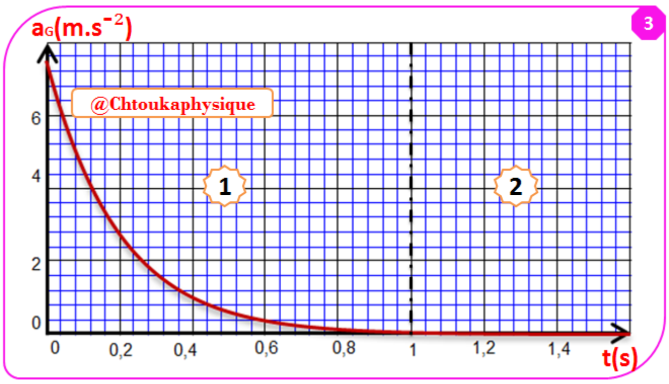
❖ **Remarque :** On obtiendrait **des résultats comparables** lors de la chute d'un solide dans **un gaz**

➢ **Conclusion :**

Au cours de **la chute verticale** d'un solide dans **un fluide** (liquide ou gaz) , on observe **deux régimes** successifs : **régime transitoire : la vitesse augmente** , et **régime permanant** : **la vitesse est constante**

1. 2 Lors du mouvement, **le coefficient directeur** des différentes tangentes aux différentes dates, **diminue.** Alors **l'accélération diminue au cours du temps** : Elle est **maximale au début du mouvement** et nulle pendant **le régime permanant**

➢ **L'évolution de l'accélération** en fonction **du temps :** (figure 3)



1. 3 D'après la courbe de la figure 2 , **la vitesse limite** est : $v_l = 1,5$ **m.s⁻¹**

1. 4 **la valeur du temps caractéristique du mouvement** est : $\tau = 0{,}2$ **ms** (figure 2)

❖ **Remarque :**

Si on connait le temps caractéristique du mouvement on peut **évaluer Δt la durée du régime transitoire,** puisque $\Delta t \approx 5\, \tau$

1. 5 **L'expression de l'accélération initiale a_0** en fonction de τ et v_l

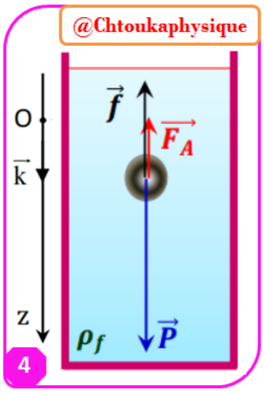
On sait que : $a_0 = \frac{dv}{dt}(t=0) = \frac{v_l - 0}{\tau - 0}$, donc : $a_0 = \frac{v_l}{\tau}$, AN $a_0 = \frac{1{,}5}{0{,}2}$, d'où $a_0 = 7{,}5$ m.s⁻²

➢ Partie II : Étude théorique

2. 1 **le système étudié** est : { **la bille** }

❖ **bilan des forces agissant sur la bille** :

- $\vec{P}$: **le poids de la bille** , d'intensité $P = m.g = \rho\ V .g$
- $\vec{F_A}$: **la poussée d'Archimède** , d'intensité $F_A = \rho_f .V . g$
- $\vec{f}$: **force de frottement** , d'intensité $f = k\ .\ v_G^n$



2. 2 **Application de la deuxième loi de Newton** dans **un repère (o ,$\vec{k}$)** lié au **référentiel terrestre supposé galiléen** on a : $\sum \vec{F_{ext}} = m\ \vec{a_G}$,

alors $\vec{P} + \vec{F_A} + \vec{f} = m\ \vec{a_G}$ (1)

❖ **Projetions sur l'axe (oz) :**

On projette la relation (1) sur l'axe (oz), on obtient : $P_z + F_{A_z} + f = m\ a_z$, alors $P - F_A - f = m\ a_G$

, donc $m .g - \rho_f .V . g - k . v_G^n = m.a_G$, soit $m.\frac{dv_G}{dt} + k . v_G^n = m .g - \rho_f .V . g$,

alors $\frac{dv_G}{dt} + \frac{k}{m}\ v^n = g\ (1 - \frac{\rho_F .V}{m})$, donc $\frac{dv_G}{dt} + \frac{k}{\rho .V}\ v^n = g\ (1 - \frac{\rho_F}{\rho})$ d'où : $\frac{dv_G}{dt} + B\ v_G^n = A$, avec :

$A = g\ (1 - \frac{\rho_F .V}{m}) = (1 - \frac{\rho_F}{\rho})\ g$ et $B = \frac{k}{m} = \frac{k}{\rho\ .\ V}$

2. 3 **l'expression de la vitesse limite v_l** du centre d'inertie de la bille en fonction de **A et B** puis en fonction **de k , g , ρ et ρ_f**

en régime permanant, on a : $v_G = v_{lim} = cte$, alors $\frac{dv_{lim}}{dt} = 0$, donc $\frac{dv_{lim}}{dt} + B\ v_{lim}^n = A$

D'où $v_{lim} = \sqrt[n]{\frac{A}{B}} = (\frac{A}{B})^{1/n}$, donc $v_{lim} = \sqrt[n]{\frac{gV(\rho - \rho_f)}{k}} = = (\frac{gV(\rho - \rho_f)}{K})^{1/n}$

2. 4 **l'expression de l'accélération initial a_0** est :

on a $a_0 = \frac{dv_G}{dt}\ (t = 0) = A\ - B\ v_0^n$, D'où $a_0 = A = (1 - \frac{\rho_F}{\rho})\ g$

2. 5 **l'expression de τ le temps caractéristique du mouvement :**

On sait que $a_0 = \frac{v_l}{\tau}$, **alors** $\tau = \frac{v_l}{a_0}$

➢ Partie III : Résolution de l'équation différentielle par la méthode d'Euler

3. 1

Étape	Date t_i	Vitesse v_i	Accélération a_i
0	$t_0 = 0$	v_0	$a_0 = A\ - B\ v_0^n$
1	$t_1 = t_2 + \Delta t$	$v_1 = a_0\ \Delta t + v_0$	$a_1 = A\ - B\ v_1^n$
2	$t_2 = t_1 + \Delta t$	$v_2 = a_1\ \Delta t + v_1$	$a_2 = A\ - B\ v_2^n$
3	$t_3 = t_2 + \Delta t$	$v_3 = a_2\ \Delta t + v_2$	$a_3 = A\ - B\ v_3^n$

3. 2 Vérification :

On a $\frac{dv_G}{dt} + B\ v_G = \frac{d}{dt}[\ \frac{A}{B}\ (1 - e^{\frac{-t}{\tau}})\ ] + B\ .\ \frac{A}{B}\ (1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) = \frac{A}{B}\frac{d}{dt}[\ (1 - e^{\frac{-t}{\tau}})\ ] = \frac{A}{B\tau} e^{\frac{-t}{\tau}} + A - A\ e^{\frac{-t}{\tau}}$

Puisque $\tau = \frac{1}{B}$ alors $\frac{dv_G}{dt} + B\ v_G = A$, donc l'expression $v_G(t) = \frac{A}{B}\ (1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$ est bien **la solution** de cette équation différentielle : $\frac{dv_G}{dt} + B\ v_G = A$

3. 3 On a $v_G(t) = \frac{A}{B}\ (1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$, en régime permanant $(t \to \infty)$, on a $v_G(t \to \infty) = \frac{A}{B}\ (1 - 0\ ) = \frac{A}{B}$

et $v_G(t \to \infty) = v_{lim}$, D'où $v_{lim} = \frac{A}{B} = \frac{gV(\rho - \rho_f)}{K}$

3. 4 Déterminons la valeur du coefficient k :

on a $B = \frac{k}{\rho\ .\ V}$, alors $\frac{1}{\tau} = \frac{k}{m}$, donc $k = \frac{m}{\tau}$, **AN** $k = 2{,}05\ .10^{-2}\ kg\ .s^{-1}$

3. 5 Déterminons **la valeur de viscosité** η du liquide utilisé dans cette expérience

On a $k = 6.\pi .\ \eta .r$, alors $\eta = \frac{k}{6\ .\pi .r}$, AN $\eta = \frac{2{,}05.10^{-2}}{6.\pi .6.10^{-3}}$, d'où $\eta = 1{,}81\ .10^{-1}\ Kg\ .m^{-1} .s^{-1}$

$\eta = 0{,}18\ .Kg\ .m^{-1} .s^{-1} = 0{,}18\ PI$

3. 6 Déterminons les valeurs a_1 et v_2 :

Étape	Date t_i (s)	Vitesse v_i ($m.s^{-1}$)	Accélération a_i ($m.s^{-2}$)
0	$t_0 = 0$	$v_0 = 0$	$a_0 = 7{,}5 - 5\,v_0$ $a_0 = 7{,}5$
1	$t_1 = 0{,}02$ s	$v_1 = 7{,}5\,\Delta t + v_0$ $v_1 = 7{,}5 \times 0{,}02 = 0{,}15$	$a_1 = 7{,}5 - 5\,v_1$ $a_1 = 6{,}75$
2	$t_2 = t_1 + \Delta t$ $t_2 =$	$v_2 = a_1\,\Delta t + v_1$ $v_2 = 6{,}75 \times 0{,}02 + 0{,}15 = 0{,}285$	$a_2 = 7{,}5 - 5\,v_2$ $a_2 = 6{,}075$
3	$t_3 = t_2 + \Delta t$ $t_3 =$	$v_3 = a_2\,\Delta t + v_2$ $v_3 = 6{,}075 \times 0{,}02 + 0{,}285 = 0{,}4065$	$a_3 = 7{,}5 - 5\,v_2$ $a_3 = 5{,}4675$

- **Remarque :** Le choix du pas de calcul a une grande importance dans la méthode d'Euler , car plus sa valeur est petite , plus les résultats théoriques sont proches des résultats expérimentaux .

On prend généralement $\Delta t = \frac{\tau}{10}$

II. Chute libre verticale d'un solide :

1. Définition :

Un corps est en chute libre s'il n'est soumis qu'à l'action de son poids

Remarque :

Ce mouvement ne peut avoir lieu que dans le vide.

On peut admettre que dans l'air, la chute est " libre " si l'on peut négliger : les forces frottements et la poussée d'Archimède (il faut que la masse volumique de l'objet soit grande devant celle de l'air).

- Pratiquement on peut négliger l'action de l'air sur les corps denses et de forme aérodynamique

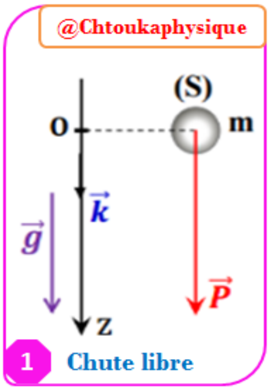
2. Étude de la chute libre verticale d'un solide

Activité N°2 : chute libre verticale d'une boule d'acier .

On considère une boule d'acier (S) de masse m en chute libre verticale . on étudie le mouvement du centre d'inertie G de la boule (S) dans le repère (O,$\vec{k}$) orienté vers le bas et lié à un référentiel terrestre supposé galiléen

La boule est lancé du point O ($z_0 = 0$), à l'intant t = 0 , vers le bas, avec une vitesse initiale v_0 .

On donne : $g = 10\ N.kg^{-1}$



Exploitation :

1. Déterminer l'expression du vecteur accélération $\vec{a_G}$ du centre d'inertie G de la boule . que peut-on déduire ? puis tracer la courbe représentant la variation de l'accélération $a_z(t)$ en fonction du temps
2. Écrire l'équation différentielle vérifiée la vitesse $v_z(t)$ puis trouver l'expression de la vitesse $v_z(t)$ en fonction du temps
3. Tracer l'allure de l'évolution de la vitesse $v_z(t)$ en fonction du temps
4. Déterminer l'équation horaire du mouvement (vérifiée par z(t))
5. Tracer la courbe représentant la variation de z(t) en fonction du temps si $v_0 = 0$

Interprétation :

1. l'expression du vecteur accélération $\vec{a_G}$ du centre d'inertie G de la boule

- le système étudié { la boule }
- repère d'étude (O,$\vec{k}$) supposé galiléen
- Bilan des forces agissant sur la boule :
  $\vec{P}$: le poids de la boule
- Application de la deuxième loi de Newton :
  On a $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\vec{a_G}$, alors $\vec{P} = m\,\vec{a_G}$, donc $m\,\vec{g} = m\,\vec{a_G}$, d'où $\vec{a_G} = \vec{g}$ (1)

On constate que :

- Lors de la chute libre d'un mobile, le vecteur accélération $\overrightarrow{a_G}$ de son centre d'inertie est égal au vecteur champ de pesanteur. $\overrightarrow{a_G} = \vec{g}$.
- $\overrightarrow{a_G} = \vec{g} = \overrightarrow{Cte}$, alors la boule est en mouvement rectiligne uniformément varié
- L'accélération est indépendante de sa masse , elle ne dépend ni de la masse du solide ni de sa vitesse initiale,

- Projection sur l'axe (Oz) :

  En projetant la relation (1) sur l'axe (Oz) : obtient $a_z = g = Cte$

2. l'équation différentielle vérifiée la vitesse $v_z(t)$

   on a $a_z = g$, alors $\frac{dv_z}{dt} = g$.

   l'expression de la vitesse $v_z(t)$ en fonction du temps

   On a $\frac{dv_z}{dt} = g$ donc $v_z(t) = g\,t + C$. on détermine la constante C par les conditions initiales : à t = 0 on a $v_z(t = 0) = g\,0 + C$ alors $v_0 = C$, d'où $v_z(t) = g\,t + v_0$

3. l'évolution de la vitesse $v_z(t)$ en fonction du temps

   on a $v_z(t) = g\,t + v_0$, donc $v_z(t)$ est fonction affine

4. l'équation horaire du mouvement :

   or $v_z(t) = \frac{dz(t)}{dt}$, alors $\frac{dz(t)}{dt} = g\,t + v_0$, donc $z(t) = \frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\,t + C$

   On détermine la constante C par les conditions initiales : à l'instant t = 0 on a z(t= 0) = 0

   Alors 0 = 0 + 0 + C , donc C = 0 , d'où $z(t) = \frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\,t$

5. la courbe représentant la variation de z(t) en fonction du temps si $v_0 = 0$: on a $z(t) = \frac{1}{2}\,g\,t^2$