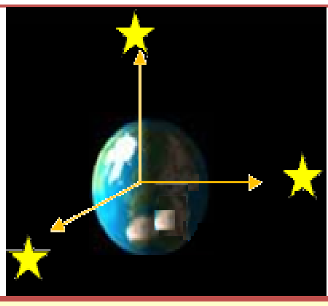
Quatrième Partie : La mécanique Unité 1 6 H	**Les Lois de Newton** قوانين نيوتن	بسم الله الرحمن الرحيم السلام عليكم ورحمة الله وبركاته 2éme Bac Sciences Physique

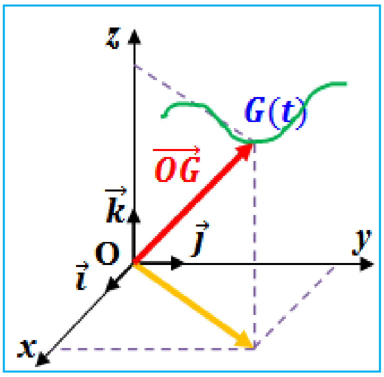
I – Vecteur vitesse et vecteur accélération :

1– Rappel :

On a vu **précédemment** que le **concept** de **mouvement** et de **repos** sont **relatifs**, c'est-à-dire ils **dépendent** du **corps de référence**.

Le corps référentiel est un corps par rapport au quel le mouvement d'un système est étudié. On associe au référentiel deux repères :
↳ Un repère du temps, déterminé par l'origine des temps (qui coïncide le plus souvent avec le début du mouvement).
↳ Un repère d'espace, déterminé par son origine et par une base orthonormée $(\vec{i}\,،\,\vec{j}\,،\,\vec{k})$.
Selon le mobile étudié, on utilise les corps référentiels suivants :

		
Le référentiel terrestre	**Le référentiel géocentrique**	**Le référentiel héliocentrique (référentiel de Copernic)**



L'**étude** du **mouvement** d'un **corps solide nécessite** l'**étude** du **mouvement** de **tous ses points**, mais nous **étudions uniquement** le **mouvement** du **centre d'inertie** G, car il nous permet de **connaître** le **mouvement global** du **corps**.
On peut **repérer** un **point mobile** G d'un **corps solide**, dans un **repère orthonormé** $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ lié au **corps référentiel**, à **chaque instant**, par **le vecteur position** $\overrightarrow{OG}$ tel que :

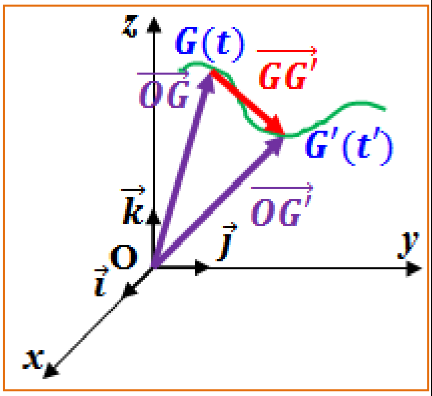
$\overrightarrow{OG} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$ et $\|\overrightarrow{OG}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

avec x et y et z les **coordonnées cartésiennes** du **point mobile** G dans le **repère** $\mathcal{R}$.

Le vecteur position est un vecteur d'origine confondue à celle du repère d'espace et d'extrémité confondue à la position du mobile.
La somme des positions successives occupées par le point mobile lors de son mouvement constitue la trajectoire de ce point.

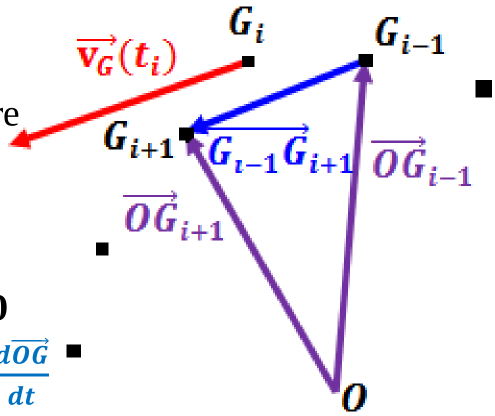
2– Le vecteur vitesse :

2-1- Le vecteur vitesse moyenne :



Lors du **déplacement** d'un **mobile**, entre **deux instants t** et t', d'un **point G** à un **point G'** par rapport à un **référentiel** donné, son **vecteur vitesse moyenne** entre **ces deux instants** est : $\overrightarrow{V_m} = \frac{\overrightarrow{GG'}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{OG'} - \overrightarrow{OG}}{t' - t}$

2-2- Le vecteur vitesse instantanée :



On peut **déterminer** le **vecteur vitesse instantanée** du **centre d'inertie G** d'un **corps solide** à l'**instant t_i** en déterminant le **vecteur vitesse moyenne** du **point G** entre **deux instants t_{i-1}** et **t_{i+1}** très **proches encadrant t_i :**

$$\overrightarrow{V_G}(t_i) = \overrightarrow{V_i} = \frac{\overrightarrow{G_{i-1}G_{i+1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\overrightarrow{OG}_{i+1} - \overrightarrow{OG}_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\Delta \overrightarrow{OG}}{\Delta t}$$

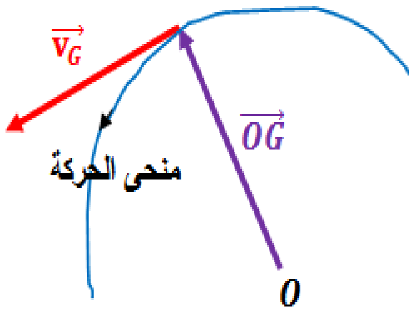
Pour on obtient la **vitesse instantanée** il faut que $\Delta t \to 0$ alors, en **mathématique**, on montre que : $\lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta \overrightarrow{OG}}{\Delta t}\right) = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$

Donc $\overrightarrow{V_G}(t_i) = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$.

Définition

Dans un référentiel donné, le vecteur vitesse instantanée du centre d'inertie G d'un corps solide est égal la dérivée par rapport au temps du vecteur position : $\overrightarrow{V_G} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$

Son unité dans (S I) est : mètre par seconde $m.s^{-1}$.



Les caractéristiques du vecteur vitesse instantanée :

- ✓ **Origine :** Le **point G centre d'inertie** du **mobile** à l'**instant t**.
- ✓ **Direction :** La **tangente** à la **trajectoire** au **point G**.
- ✓ **Sens : Sens du mouvement**.
- ✓ **Module :** en **pratique** on le **détermine** par $V_{G_i} = \frac{G_{i-1}G_{i+1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{G_{i-1}G_{i+1}}{2\,\tau}$.

Expression du vecteur vitesse instantanée dans un repère cartésien :

On a $\overrightarrow{OG} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$ et on sait que $\vec{V}(t) = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = \frac{dx}{dt}.\vec{i} + \frac{dy}{dt}.\vec{j} + \frac{dz}{dt}.\vec{k}$

où $\vec{V}(t) = V_x.\vec{i} + V_y.\vec{j} + V_z.\vec{k}$ donc $V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$ et $V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}$ et $V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$.

tel que V_x et V_y et V_z **les coordonnées cartésiennes** du **vecteur vitesse**.

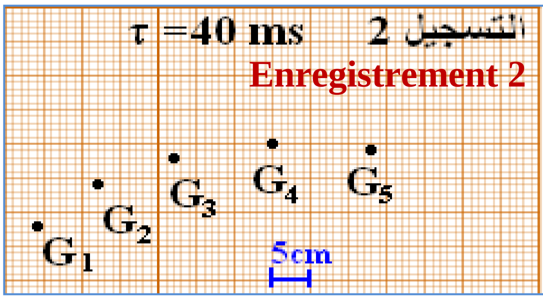
3– Le vecteur accélération :

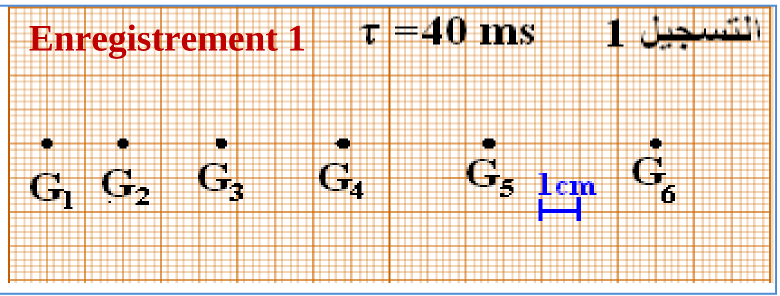
3-1- Activité :

On **étude** le **mouvement** du **centre d'inertie** de l'**autoporteur** selon les **deux expériences** suivantes :

Expérience 1 : On **lâche** un **autoporteur sans vitesse initiale** sur une **table à coussin d'air inclinée** de l'**horizontale** par un **angle** $\alpha = 10°$, on en **enregistre** au **même temps**, les **positions** du **centre d'inertie** G pendant des **durées successives** et **égales** τ. (**Enregistrement 1**)

Expérience 2 : on **ajuste** la **table** en **position horizontale** et on **attache** l'**autoporteur** à l'aide d'un **fil inélastique**, l'**autre extrémité** étant **fixée** au **support** et on le **lâche** d'une **manière quelconque**, on **réenregistre** les **positions** du **centre d'inertie** G pendant des **durées successives** et **égales** τ. (**Enregistrement 2**)

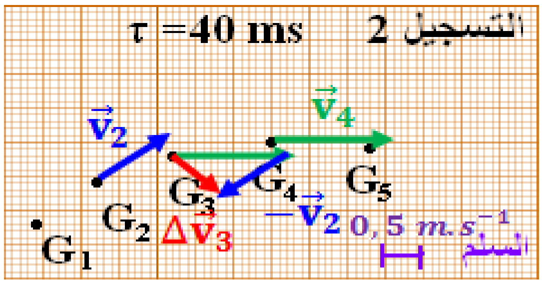


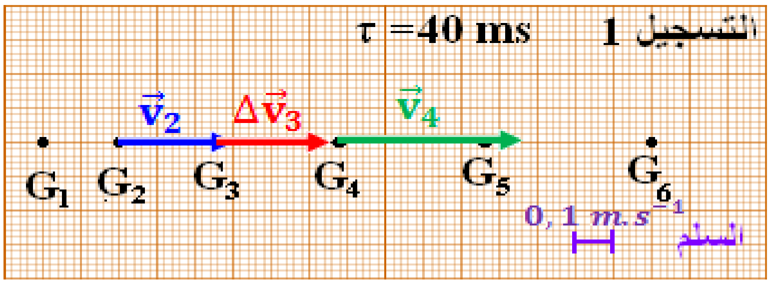


a- Calculer, pour **chaque enregistrement**, V_2 et V_4 les **vitesses** de G **centre d'inertie** de l'**autoporteur** dans les **positions** G_2 et G_4 .

	V_2	V_4
Enregis-trement 1	$V_2 = \frac{G_1G_3}{t_3-t_1} = \frac{G_1G_3}{2\,\tau} = \frac{2{,}3.10^{-2}}{2\times 40.10^{-3}}$ $V_2 = 0,29\ m.s^{-1}$	$V_4 = \frac{G_3G_5}{t_5-t_3} = \frac{G_3G_5}{2\,\tau} = \frac{3{,}5.10^{-2}}{2\times 40.10^{-3}}$ $V_4 = 0,44\ m.s^{-1}$
Enregis-trement 2	$V_2 = \frac{\widehat{G_1G_3}}{t_3-t_1} \approx \frac{G_1G_3}{2\,\tau} = \frac{2\times 5.10^{-2}}{2\times 40.10^{-3}}$ $V_2 = 1,25\ m.s^{-1}$	$V_4 = \frac{\widehat{G_3G_5}}{t_5-t_3} \approx \frac{G_3G_5}{2\,\tau} = \frac{2{,}6\times 5.10^{-2}}{2\times 40.10^{-3}}$ $V_4 = 1,62\ m.s^{-1}$

b- Représenter les **vecteurs** $\vec{V}_2$ et $\vec{V}_4$ pour **chaque enregistrement** en **choisissant** une **échelle adéquate**. Puis **construire**, à la **position** G_3 , le **vecteur** $\Delta\vec{V}_3 = \vec{V}_4 - \vec{V}_2$.





c- Mesurer la **langueur** du **vecteur** $\Delta\vec{V}_3$. En déduire son **module** $\|\Delta\vec{V}_3\|$.

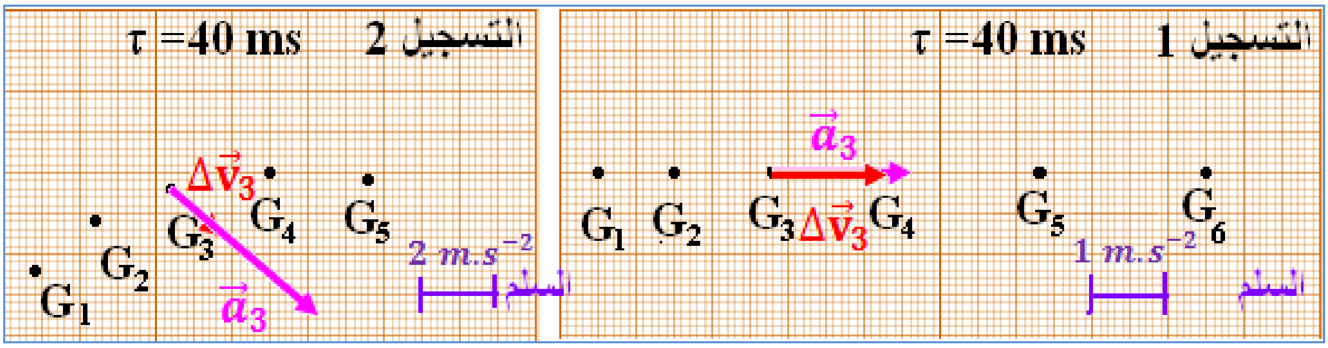
	Langueur du vecteur $\Delta\vec{V}_3$	Sa norme $\|\Delta\vec{V}_3\|$
Enreg 1	1,5	$\|\Delta\vec{V}_3\| = 1,5 \times 0,1 = 0,15\ m.s^{-1}$
Enreg 2	0,8	$\|\Delta\vec{V}_3\| = 0,8 \times 0,5 = 0,40\ m.s^{-1}$

d- On détermine, **graphiquement**, le **vecteur accélération** $\vec{a}_i$ au **point** G_i de la **trajectoire**, en utilisant la **relation** d'**encadrement approchée** : $\vec{a}_i = \frac{\Delta\vec{V}_i}{\Delta t} = \frac{\vec{V}_{i+1}-\vec{V}_{i-1}}{t_{i+1}-t_{i-1}}$.

Calculer la **norme** du **vecteur** $\vec{a}_3$ puis **représenter le** en utilisant une **échelle adéquate**.

Pour l'**enregistrement 1**, on a $\|\vec{a}_3\| = \frac{\|\Delta\vec{V}_3\|}{\Delta t} = \frac{\|\Delta\vec{V}_3\|}{2\,\tau} = \frac{0,15}{2\times 40.10^{-3}} = 1,87\ m.s^{-2}$

Pour l'**enregistrement 2**, on a $\|\vec{a}_3\| = \frac{\|\Delta\vec{V}_3\|}{\Delta t} = \frac{\|\Delta\vec{V}_3\|}{2\,\tau} = \frac{0,40}{2\times 40.10^{-3}} = 5,00\ m.s^{-2}$.



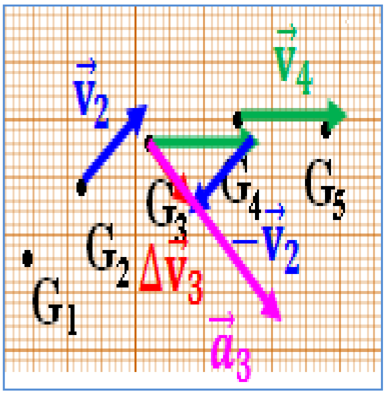
3-2- Définition :

Mathématiquement, on exprime le **vecteur accélération** par la **relation** :

$$\vec{a}_G(t_i) = \vec{a}_i = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\vec{V}_G}{\Delta t}\right) = \frac{d\vec{V}_G}{dt}$$

Dans un référentiel donné, le vecteur accélération du centre d'inertie G d'un corps solide à l'instant t est égal la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse au même instant : $\vec{a}_G = \frac{d\vec{V}_G}{dt}$ son unité dans (S.I) est : $m.s^{-2}$

Puisque $\vec{V}_G = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ alors $\vec{a}_G = \frac{d\vec{V}_G}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}\right) = \frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2}$



3-3- Expression du vecteur accélération :

Dans un repère cartésien :

On a $\overrightarrow{OG} = x.\vec{i} + y.\vec{j} + z.\vec{k}$

et on a $\vec{V}_G = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = V_x.\vec{i} + V_y.\vec{j} + V_z.\vec{k} = \frac{dx}{dt}.\vec{i} + \frac{dy}{dt}.\vec{j} + \frac{dz}{dt}.\vec{k}$

donc $\vec{a}_G = \frac{d\vec{V}_G}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2} = \frac{dV_x}{dt}.\vec{i} + \frac{dV_y}{dt}.\vec{j} + \frac{dV_z}{dt}.\vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2}.\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}.\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}.\vec{k}$

On sait que $\vec{a}_G = a_x.\vec{i} + a_y.\vec{j} + a_z.\vec{k}$

Donc $a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$ et $a_y = \frac{dV_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y}$ et $a_z = \frac{dV_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z}$.

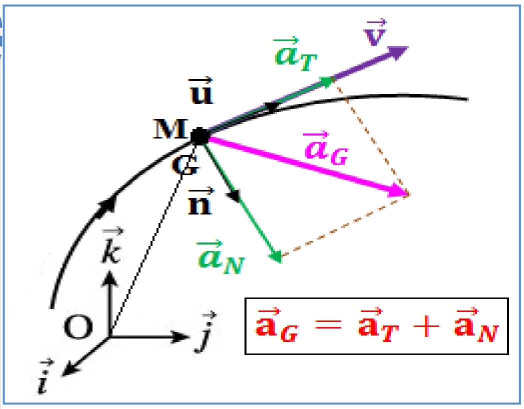
tel que a_x et a_y et a_z **les coordonnées cartésiennes** du **vecteur accélération** $\vec{a}_G$.

Dans la base de Frenet :

La **base de Frenet** est une **base** de la **projection** qui n'est pas **liée** au **référentiel**.

Définition

Le repère de Frenet $(M, \vec{u}, \vec{n})$ est un repère orthonormé, son origine se confond à chaque instant avec le point mobile M, son vecteur unitaire $\vec{u}$ est tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement, alors que le vecteur unitaire $\vec{n}$ est perpendiculaire à $\vec{u}$ et orienté vers la concavité de la trajectoire.



On **exprime** le **vecteur accélération $\vec{a}_G$** dans le **repère de Frenet**, pour un **mouvement curviligne** comme suit : $\vec{a}_G = \vec{a}_T + \vec{a}_N$

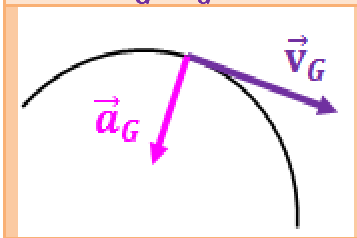
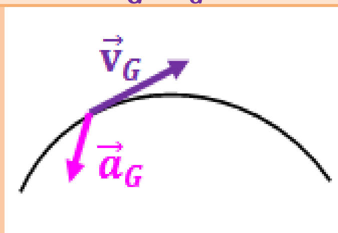
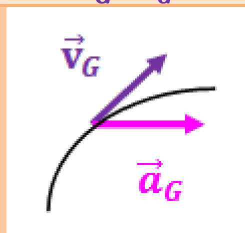
tel que $\vec{a}_T = a_T.\vec{u}$ est **le vecteur accélération tangentielle** $a_T = \frac{dv_G}{dt}$

et $\vec{a}_N = a_N.\vec{n}$ est **le vecteur accélération normale** $a_N = \frac{V_G^2}{\rho}$ avec ρ **le rayon de courbure de la trajectoire** à la **position M**.

Remarque : On peut **déterminer** la **nature du mouvement** d'un **point mobile** à travers le **signe** du **produit scalaire** de **deux vecteurs $\vec{a}_G$** et $\vec{V}_G$ tel que :

$\vec{a}_G.\vec{V}_G = \vec{a}_T.\vec{V}_G = \|\vec{a}_G\|.\|\vec{V}_G\|.cos(\vec{a}_G,\vec{V}_G)$ Car $\vec{a}_N \perp \vec{V}_G$

Le **signe** du **produit $\vec{a}_G.\vec{V}_G$** dépend de l'**angle** $\alpha = (\vec{a}_G,\vec{V}_G)$.

$\vec{a}_G.\vec{V}_G = 0$	$\vec{a}_G.\vec{V}_G < 0$	$\vec{a}_G.\vec{V}_G > 0$
		
Movement uniforme	**Movement ralenti**	**Movement accéléré**

II – Les lois de Newton :

Pour **faire l'inventaire** des **forces appliquées** à un **corps**, on l'isole des **autres corps** qui l'**entourent**, ainsi, il constitue **le système étudié**.

La force extérieure est une **force exercée** sur le **système** par un **corps n'appartenant pas** au **système étudié**.

La force intérieure est une **force exercée** par un **corps appartenant** au **système étudié** sur une **autre partie** de ce **système**.

Si la **somme vectorielle** des **forces extérieures appliquées** à un **système** est **nulle** ($\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$), on dit que ce **système** est **mécaniquement pseudo-isolé**.

1– La première loi de Newton (Principe d'inertie) :

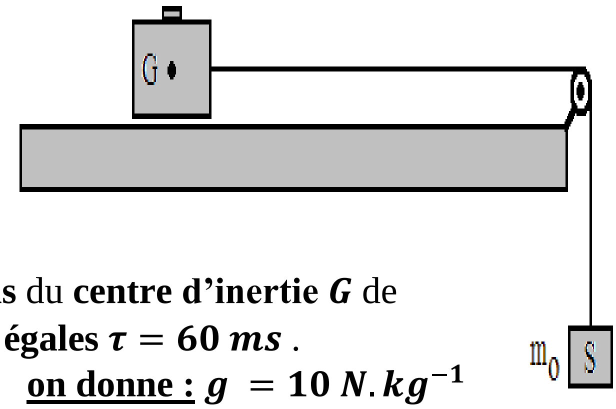
Enoncé

Dans un repère Galiléen, si la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un corps solide est nulle ($\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$), alors le vecteur vitesse $\vec{V}_G$ du centre d'inertie G du corps solide est constant ($\vec{V}_G = \overrightarrow{cte}$) c-à-d que G est au repos ou a un mouvement rectiligne uniforme, La réciproque est vraie. D'où $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{V}_G = \overrightarrow{cte}$

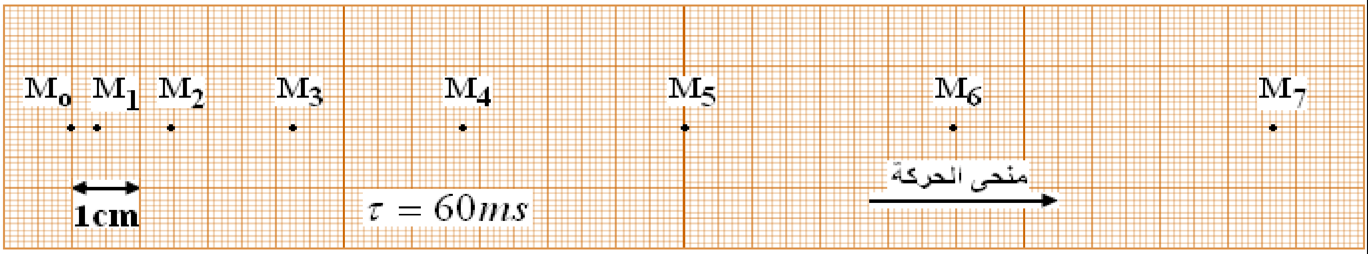
Remarque : **le repère Galiléen** est un **repère** dans lequel le **principe d'inertie** est **vérifié**.
On considère **chaque repère** en **translation rectiligne uniforme** par **rapport** à un **repère galiléen**, est également **galiléen**.
Le **principe d'inertie** n'est **vérifié** que dans les **repères galiléens**.

2– La deuxième loi de Newton (loi fondamentale de la dynamique) :

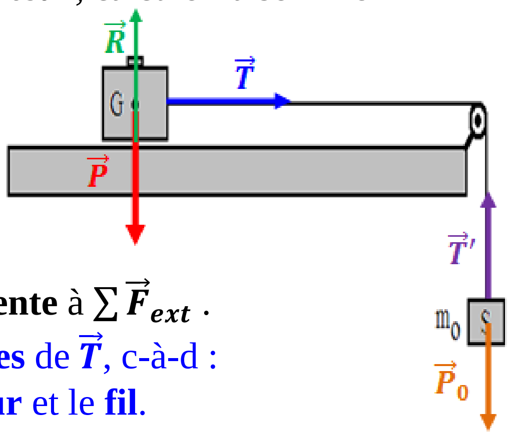
On **pose** un **autoporteur** de **masse** $m = 500\ g$ sur une **table à coussin d'air horizontale**, on le **relie** par un **fil** de **masse négligeable** et **inélastique** passant à travers une **poulie** et **porte** à l'**autre extrémité** un **corps solide** (S) de **masse** $m_0 = 100\ g$. On **libère** le **corps** (S) **sans vitesse initiale** et on **enregistre** les **positions** du **centre d'inertie** G de l'**autoporteur** pendant des **durées successives** et **égales** $\tau = 60\ ms$.



On obtient alors l'**enregistrement** suivant : **on donne :** $g = 10\ N.kg^{-1}$



a- Faire l'**inventaire** des **forces appliquées** à l'**autoporteur**, calculer la **somme vectorielle** $\sum \vec{F}_{ext}$ de **ces forces** .



Système étudié : {l'**autoporteur**}

L'inventaire des forces : son **poids** $\vec{P}$, la **réaction** du **plan** $\vec{R}$ et la **tension** du **fil** $\vec{T}$.

Donc $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{T}$ car $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$.

b- Déterminer les **caractéristiques** de la **force équivalente** à $\sum \vec{F}_{ext}$.

Les **caractéristiques** de $\sum \vec{F}_{ext}$ sont les **caractéristiques** de $\vec{T}$, c-à-d :

- **Origine : point** de **contact** entre l'**autoporteur** et le **fil**.
- **La direction : Parallèle** à la **trajectoire**.
- **Le sens : sens** de **mouvement** (vers la **poulie**) .
- **La norme :** le **fil** est **inélastique** et de **masse négligeable**,

donc $\left\|\sum \vec{F}_{ext}\right\| = T = T' = P_0 = m_0.g = 100.10^{-3} \times 10 = 1\ N$

c- Remplir le **tableau** suivant :

Point M_i	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7
L'instant $t_i\ (s)$	0	0,06	0,12	0,18	0,24	0,30	0,36	0,42
La vitesse $V_i (m.s^{-1})$		0,117	0,233	0,367	0,483	0,592	0,717	
$\Delta V_i = V_{i+1} - V_{i-1}$			0,25	0,25	0,23	0,23		
$\frac{\Delta V_i}{2\tau}\ (m.s^{-2})$			2,08	2,08	1,92	1,92		

d- Comment **varie** la **grandeur** $\frac{\Delta V_i}{\tau}$ avec le **temps**? déduire les **caractéristiques** du **vecteur** $m\frac{\Delta \vec{V}_i}{2\tau}$.

A partir de **tableau d'enregistrement**, on remarque que la **grandeur** $\frac{\Delta V_i}{2\tau}$ **reste constante** tel que : $\frac{\Delta V_i}{2\tau} = \frac{2{,}08+2{,}08+1{,}92+1{,}92}{4} = 2\ m.s^{-2}$.

Alors les **caractéristiques** du **vecteur** $m\frac{\Delta \vec{V}_i}{2\tau}$ sont :

- **Origine :** La **position** $\mathbf{M_i}$.
- **La direction : Parallèle** à la **trajectoire**.
- **Le sens : sens de mouvement** (vers la **poulie**) .
- **La norme :** $\left\| m\frac{\Delta \vec{V}_i}{2\tau} \right\| = m\frac{\|\Delta \vec{V}_i\|}{2\tau} = m\frac{\Delta V_i}{2\tau} = 500.10^{-3} \times 2 = 1\ kg.m.s^{-2}$

e- Comparer les **caractéristiques** des **deux vecteurs** $m\frac{\Delta \vec{V}_i}{2\tau}$ et $\sum \vec{F}_{ext}$, que concluez-vous?

On remarque que les **deux vecteurs** $m\frac{\Delta \vec{V}_i}{2\tau}$ et $\sum \vec{F}_{ext}$ ont **les mêmes caractéristiques**, donc $\sum \vec{F}_{ext} = m\frac{\Delta \vec{V}_i}{2\tau} = m\frac{\Delta \vec{V}_i}{\Delta t}$.

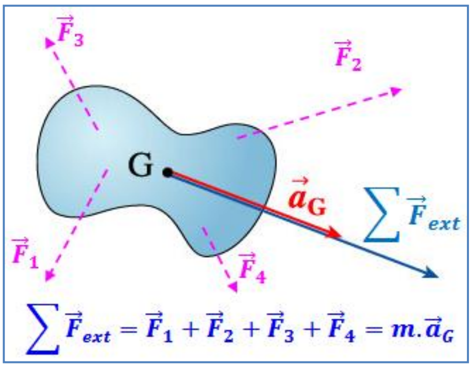
f- Exprimer la **relation** entre les **deux vecteurs** $m\frac{\Delta \vec{V}_i}{\Delta t}$ et $\sum \vec{F}_{ext}$ lorsque $\Delta t \to 0$.

Mathématiquement, le **vecteur** est exprimé par la **relation** : $\lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta \vec{V}_i}{\Delta t}\right) = \frac{d\vec{V}_i}{dt} = \vec{a}_i = \vec{a}_G(t_i)$

Alors, **l'expression de la deuxième loi de Newton** est : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$

Enoncé

Dans un repère Galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un corps solide est égale au produit de sa masse m et du vecteur accélération $\vec{a}_G$ de son centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$



Remarque :

- Pour un **corps mécaniquement isolé** ou **pseudo-isolé**, on a : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ d'où $m\vec{a}_G = \vec{0}$ et $\vec{V}_G = \overrightarrow{cte}$, c'est en fait **la première loi** est **un cas particulier de la deuxième loi**.
- La **loi fondamentale de la dynamique** n'est **vérifiée** que dans **les repères galiléens**.

3– La troisième loi de Newton (Principe des interactions mutuelles) :

Enoncé

On considère deux corps A et B en interaction, soit la force $\vec{F}_{A/B}$ appliquée par A sur B et la force $\vec{F}_{B/A}$ appliquée par B sur A. Elles vérifient toujours la relation : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$

Que les deux corps soient en mouvement ou en repos, et que le repère soit Galiléen ou non Galiléen.