2008 SN **Physique 3 (2,25 points) : Modélisation de la force de frottements visqueux**

Le but de cet exercice est de modéliser la force de frottements visqueux exercée par le glycérol sur un solide, à partir de l'étude de chute verticale d'une bille métallique de masse m et de rayon r dans le glycérol.

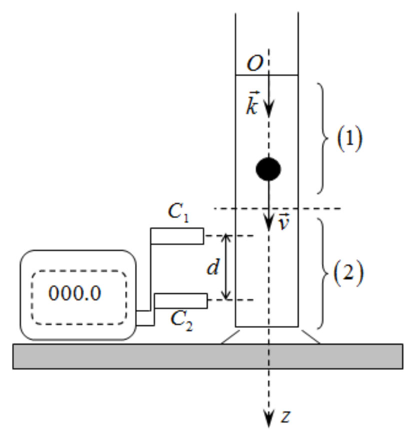
On donne :

- Rayon de la bille : r = 1 cm ; Volume de la bille : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
- Masses volumiques :
  - Métal constituant la bille : $\rho_1 = 2{,}7.10^3$ kg.m^{-3} ;
  - Glycérol : $\rho_2 = 1{,}26.10^3$ kg.m^{-3} ;
- Accélération de la pesanteur : $g = 9{,}81$ m.s^{-2}.
- On rappelle que l'expression de la poussée d'Archimède exercée par le glycérol sur la bille est : $F = \rho_2.V.g$.
- On modélise la force de frottements visqueux exercée sur la bille au cour de sa chute dans le glycérol par : $\vec{f} = -9\pi r v^n \vec{k}$ où n est un entier naturel et v la vitesse du centre d'inertie de la bille.

On lâche la bille sans vitesse initiale, à partir du point O, origine d'un axe vertical descendant $(O,\vec{k})$, à l'instant t = 0. Son mouvement dans le glycérol se fait suivant deux phases :

- Phase 1 : Phase du régime initial entre deux instant t_0 et t_1 où la valeur de la vitesse croit.
- Phase 2 : Phase du régime permanent à partir de l'instant t_1 auquel la vitesse atteint une valeur limite v_L.

Le dispositif constitué d'un chronomètre et deux cellules C_1 et C_2 permet de mesurer la durée Δt nécessaire à la bille pour parcourir la distance d au cour de la 2ème phase. (figure ci-contre)



0,5 **1-** Déterminer la valeur de la vitesse limite v_L sachant que $\Delta t = 956$ ms.

1 **2-** Par application de la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle réalisée par la vitesse v du centre d'inertie de la bille au cour du mouvement dans le liquide s'écrit sous la forme : $\frac{dv}{dt} + A v^n = B$

Avec : $A = \frac{27}{4.\rho_1.r^2}$ et $B = g(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1})$.

0,5 **3-** Trouver à partir de l'équation différentielle v_L^n en fonction de ρ_1, ρ_2, r et g.

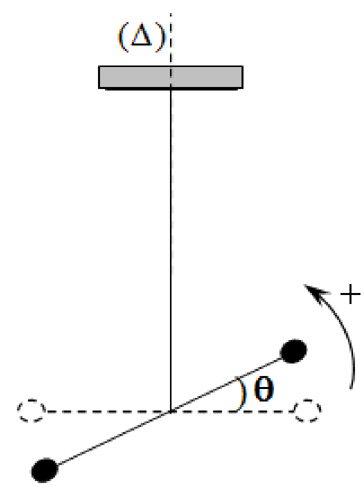
0,25 **4-** En déduire la valeur de n.

Physique 4 (3 points) : Pendule de torsion de Cavendish

Le savant Cavendish, a réalisé en 1778 la $1^{ère}$ expérience utilisant la balance de torsion pour déterminer la valeur de la constante de gravitation universelle G, il a trouvé $G = 6{,}67.10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$. Désormais, il devient possible de calculer les vitesses des satellites artificiels et naturels sur leurs orbites, par application de la deuxième loi de Newton.
La balance de torsion utilisée par Cavendish est un pendule de torsion, constitué d'une barre homogène, de masse négligeable, portant à ses extrémités de corps de même masse, et suspendue de son milieu par un fil de torsion de constante de torsion C, accroché à un support fixe (figure 1).
Le moment d'inertie du système {barre, corps}par rapport à l'axe de rotation (Δ) confondu avec le fil de torsion vertical est $J_\Delta = 1{,}46\ kg.m^2$.
La mesure de la période des oscillations par Cavendish a donné T = 7 min.
On donne : masse de la terre $M_T = 5{,}98.10^{24}$ kg. On prendra $\pi^2 = 10$.

1 **1-** Détermination de la vitesse d'un satellite artificiel:

Dans le repère géocentrique, l'orbite d'un satellite artificiel est circulaire, de centre confondu avec le centre de la terre et de rayon r = 7000 km.
Par application de la $2^{ème}$ loi de Newton, déterminer l'expression de la vitesse linéaire v du satellite artificiel, en fonction de : G, r et la masse de la terre M_T. Calculer la valeur de v.



2- Etude du pendule de torsion :

On néglige tous les frottements et on note :

- θ : l'abscisse angulaire de torsion du fil ;
- $\frac{d\theta}{dt}$: la vitesse angulaire ;
- $\frac{d^2\theta}{dt^2}$: l'accélération angulaire.

0,25 **2-1-** Etablir l'équation différentielle traduisant les variations de l'abscisse angulaire θ au cour des oscillations du pendule.

0,5 **2-2-** La solution de cette équation s'écrit sous la forme : $\theta(t)=\theta_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$;

En utilisant l'équation différentielle et sa solution, trouver l'expression de la période propre T_0 des oscillations du pendule, en fonction de C et J_Δ. En déduire la constante de torsion C du fil utilisé par Cavendish.

3- Exploitation du graphe $\theta = f(t)$:

Deux expériences ont été réalisé pour déterminer la période des oscillations du pendule ; l'une en présence de frottements et l'autre en l'absence des frottements.
Les courbes A et B de la figure 2, modélisent l'évolution de l'abscisse angulaire θ de torsion du fil au cour du temps dans chacune des deux expériences.

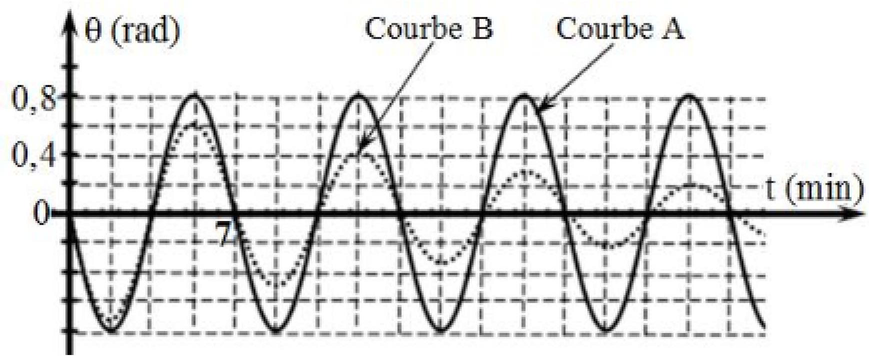


Figure 2

0,5 **3-1-** Préciser la courbe correspondante au régime pseudopériodique. Justifier votre réponse.

0,75 **3-2-** Déterminer, à partir de la figure 2, en l'absence des frottements, la valeur de la vitesse angulaire du mouvement du pendule de torsion à l'instant t = 0.

2008 SR **Physique 3 (5,5 points) : Les deux parties (1) et (2) sont indépendantes**

Partie (1) : Comparaison des masses de la Terre et du Soleil

La connaissance des mouvements des satellites artificiels autour de la terre et le mouvement de la terre autour du soleil, permettent de comparer la masse m_S du soleil à la masse m_T de la terre.

Données :

On considère un satellite artificiel géostationnaire, de masse m, et le rayon de son orbite circulaire dans le repère géocentrique est $r = 4{,}22.10^4$ km.

- La période de révolution du satellite autour de la Terre est : T ;
- La période de révolution de la Terre autour du Soleil dans le repère héliocentrique est : $T_T = 365{,}25$ jours.
- Le rayon orbital de la terre autour du soleil est $r_T = 1{,}496.10^8$ km ;
- La période de révolution de la terre autour d'elle-même est : $T_0 = 24$ heures.
- On désigne par G la constante de gravitation universelle, et on considère que la Terre et le soleil sont à symétries sphériques de masse.
- On néglige l'action des autres planètes sur la Terre et le satellite artificiel.

0,75 **1-** Montrer que le mouvement du satellite artificiel, dans le repère géocentrique est circulaire uniforme, et en déduire l'expression de la période T en fonction de : G, m_T et r.

0,5 **2-** L'expression mathématique de la $3^{ème}$ loi de Kepler pour un satellite artificiel gravitant autour de la Terre est : $\frac{T^2}{r^3}=K$ où K est une constante. Etablir l'expression de K en fonction de G et m_T.

1 **3-** Trouver l'expression du rapport $\frac{m_s}{m_T}$ en fonction de r, r_T, T_T et T. Calculer sa valeur.

<u>Partie (2)</u> : <u>Mesure de la masse d'un corps à l'intérieur d'une navette spatiale en orbite</u>

Lors des recherches à l'intérieur d'une navette spatiale en orbite autour de la Terre, un astronaute mesure les masses de quelques corps en utilisant un dispositif constitué d'un compartiment (A) de masse m = 200 g, susceptible de glisser sans frottements sur un plan horizontal. Le compartiment est relié aux extrémités de deux ressorts (R_1) et (R_2) de même raideur K et de même longueur à vide l_0, et dont les autres extrémités sont fixées à deux supports fixes.
A l'équilibre, les deux ressorts sont allongés.

Avant l'utilisation du dispositif en orbite, il a été testé sur Terre.

Un corps (C_1) de masse M = 100 g, est posé à l'intérieur du compartiment (A).

Le système (S) formé du compartiment (A) et du corps (C_1) est écarté de sa position d'équilibre G_0 coïncidant avec l'origine de l'axe $(O,\vec{i})$, vers la droite d'une distance X_m et lâché sans vitesse initiale.

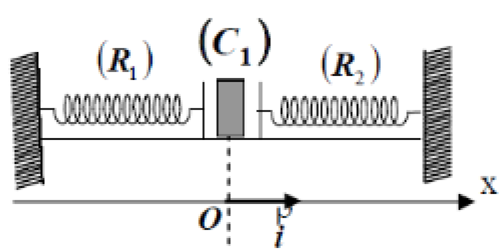


Figure 1

Le centre de gravité G du système (S), effectue des oscillations autour de sa position d'équilibre de telle sorte que les ressorts restent allongés.

Un ordinateur muni d'une carte d'acquisition, permet d'obtenir la courbe représentative des variation de l'abscisse x du centre de gravité G au cour du temps (Figure 2).

0,25 **1-** Montrer que les deux ressorts ont la même longueur initiale à l'équilibre : $\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l_0$.

0,75 **2-** Montrer que l'abscisse x du centre de gravité G du système (S) vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{2K}{m+M_1}x=0$$

3- La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme :

$$x(t)=X_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$$

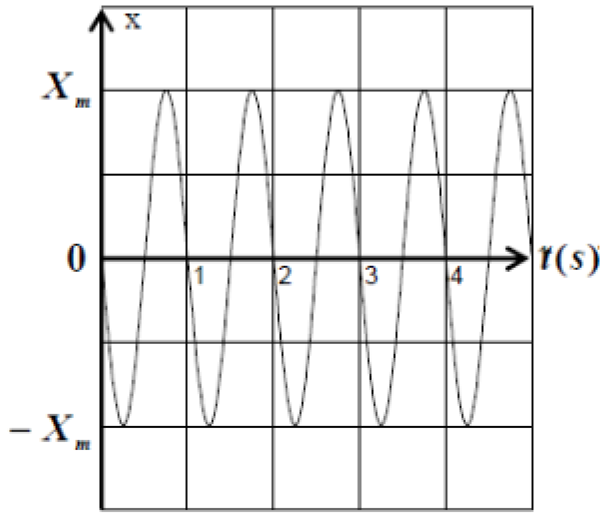


Figure 2

0,5 **3-1-** Trouver à partir de la courbe, la phase φ du mouvement.

0,5 **3-2-** En utilisant l'équation différentielle et sa solution, trouver l'expression de la période propre T_0 du mouvement en fonction de : M_1, m et K.

0,5 **3-3-** Par exploitation du graphe de la figure 2, calculer la valeur de la raideur K du ressort.

On prendra $\pi^2 = 10$.

0,25 **3-4-** L'astronaute réalise la même expérience, en utilisant le même corps (C_1) et le même dispositif, dans une navette spatiale en orbite autour de la terre, il trouve la même valeur de la période T_0. Que conclure ?

0,5 **3-5-** L'astronaute utilise le même dispositif précédent pour mesurer la masse M_2 d'un corps (C_2) en orbite, il trouve que la période propre des oscillations du système est $T'_0 = 1,5$ s. En déduire la valeur de M_2.

2009SN **<u>Physique 3 (5,5 points) : Amortisseurs et sécurité routière</u>**

I- <u>Test de freinage :</u>

Des tests effectués dans une usine de fabrication de voitures, ont montré que :

- L'accélération d'une voiture au cour du freinage sur une route rectiligne, reste constant.
- La valeur de cette accélération est la même quelle que soit la vitesse de la voiture juste avant le début du freinage.

Les courbes de la figure 1, donnent ce type de tests, à partir de l'instant t = 0, auquel le conducteur perçoit un obstacle devant lui.

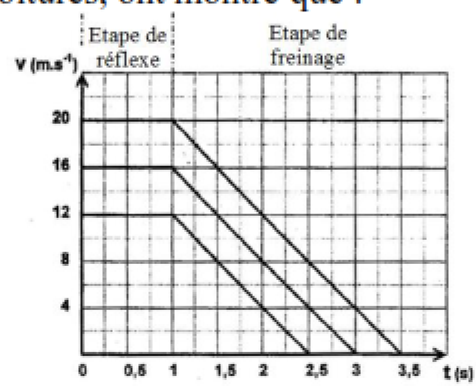


Figure 1

Entre l'instant de perception de l'obstacle et l'instant d'appui sur la pédale des freins, s'écoule une durée de (1s), et c'est la durée normale de reflexe.

0,25 **1-** Calculer, à partir du graphe (Figure 1), l'accélération de la voiture au cour du freinage.

0,5 **2-** En déduire le module de la somme des vecteurs forces appliquées sur la voiture au cour du freinage, sachant que sa masse est : $M = 1353$ kg.

3- Si la vitesse de la voiture au début du freinage est $72\ km.h^{-1}$, calculer en exploitant le graphe ;

0,25 **3-1-** La distance parcourue par la voiture au cours de la phase de réaction.

0,25 **3-2-** La durée de la phase de freinage ;

0,75 **4-** Lors du mouvement de la voiture à la vitesse de $16\ m.s^{-1}$, le conducteur est surpris d'un obstacle à la distance de 35 m de l'avant de sa voiture. Montrer que le conducteur arrête la voiture avant d'heurter l'obstacle.

II- Modélisation de la suspension d'une voiture :

La suspension d'une voiture est composée de ressorts et d'amortisseurs, qui assurent le confort et la sécurité des passagers.

Les ressorts se compriment et se dilatent, tandis que les amortisseurs amortissent les oscillations.

On modélise la voiture par un pendule élastique vertical amorti, comme l'indique la figure 2.

Le pendule est constitué d'un corps de masse égale à celle de la voiture $M = 1353$ kg, de centre de gravité G, fixé à un ressort vertical, à spires non jointives, de raideur $K = 6.10^5\ N.m^{-1}$ et de masse négligeable.

L'amortisseur applique sur le corps (S), au cour des oscillations, des frottements visqueux.

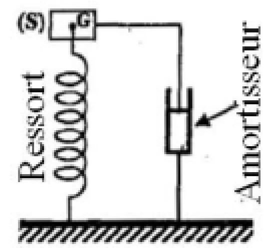


Figure 2

1- Etude énergétique de l'oscillateur {corps (S) + Ressort}, non amorti :

On considère que l'oscillateur {corps (S) + Ressort} est non amorti et que son énergie mécanique se conserve.

A l'équilibre, la position G_0 du centre d'inertie de (S), appartient au même plan horizontal contenant le point O, origine du repère vertical ascendant $(O,\vec{k})$, et où le ressort et comprimé de $|\Delta\ell_0|$.

L'oscillateur est susceptible d'effectuer des oscillations verticales autour de sa position d'équilibre G_0. On repère à chaque instant, la position du centre d'inertie G de (S), au cours de ses oscillations suivant l'axe $(O,\vec{k})$, par son ordonnée z (Figure 3).

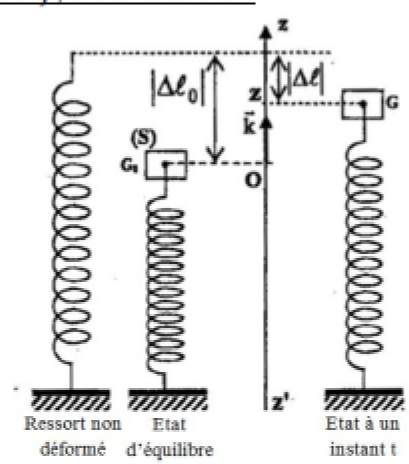


Figure 3

- On choisit le plan horizontal contenant l'origine O du repère comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{pp} = 0$).
- On choisit l'état où le ressort est non déformé comme état de référence de l'énergie potentielle d'élasticité ($E_{pe} = 0$).

0,25 **1-1-** Trouver, à l'équilibre, la relation entre $|\Delta\ell_0|$, M, K et g (intensité de pesanteur.

0,5 **1-2-** Montrer que l'expression de l'énergie potentielle d'élasticité s'écrit : $E_{pe} = \frac{1}{2}K(|\Delta\ell_0| - z)^2$.

1-3- L'énergie mécanique E_m de l'oscillateur est la somme de son énergie potentielle de pesanteur et de son énergie potentielle d'élasticité et de son énergie cinétique.

0,75 **a-** Exprimer l'énergie mécanique E_m en fonction de : M, z, $\frac{dz}{dt}$, K et $|\Delta\ell_0|$.

0,5 **b-** En déduire l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G du corps (S).

2- Dans cette partie, on suppose que le corps (S) subit de la part de l'amortisseur, des frottements visqueux modélisés par une force d'expression $\vec{f} = -h\frac{dz}{dt}\vec{k}$ où h est un constante positive, appelée coefficient d'amortissement, et qui caractérise la qualité de l'amortisseur.

On montre dans ce cas que l'équation différentielle vérifiée par l'ordonnée z du centre d'inertie G s'écrit sous la forme : $M\frac{d^2z}{dt^2} + h\frac{dz}{dt} + Kz = 0$.

0,75 **2-1-** Exprimer $\frac{dE_m}{dt}$ en fonction de la constante h et $\frac{dz}{dt}$. Commenter le résultat.

0,75 **2-2-** Sur le document de la figure 4, sont représentées les courbes (a) et (b) modélisant les variations en fonction du temps, de l'ordonnée z des centres d'inertie de deux corps (S_1) et (S_2) modélisant deux voitures ① et ② de même type, ne différenciant que par la qualité des amortisseurs.

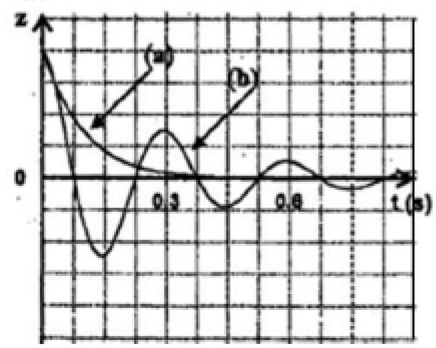


Figure 4

Les coefficients de frottement relatifs successivement aux voitures ① et ② sont tel que : $h_2 > h_1$.

Préciser laquelle des deux voitures offre plus de sécurité au conducteur, en précisant la courbe correspondante. Justifier votre réponse.

2009 SR **Physique 3 (5 points) : mouvement d'un sportif sur un plan incliné**

Un sportif de masse m = 60 kg, glisse sur un plan (π) incliné d'un angle $\alpha = 12°$ par rapport au plan horizontal.
Le plan (π) a la forme d'un rectangle de longueur OM et de largeur ON = 20 m (Figure 1).

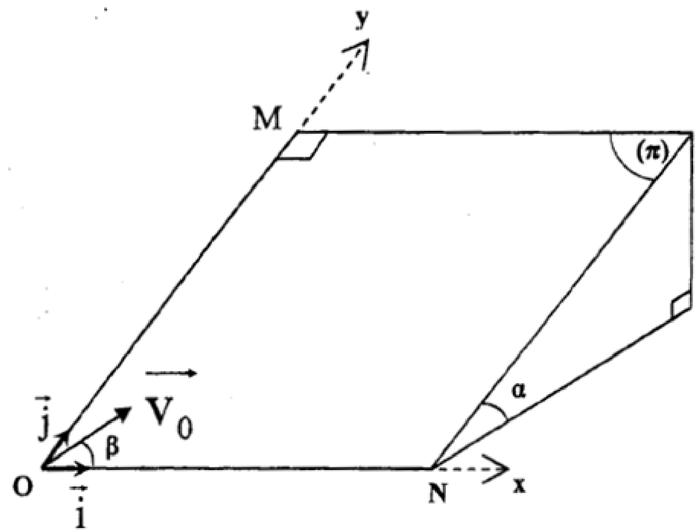


Figure 1

On modélise le sportif par un solide (S) de masse m et de centre d'inertie G.
On étudie le mouvement de G dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$: où $(O,\vec{i})$ est horizontal, et $(O,\vec{j})$ parallèle à la ligne de plus grande pente du plan (π).
On néglige tous les frottements.
On prendra : $g = 9{,}80\ m.s^{-2}$.

1- Etude d'un mouvement plan sur un plan incliné :

Ă l'instant t = 0, le centre d'inertie G du sportif passe en O origine du repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ avec une vitesse de vecteur $\vec{v}_0$, contenu dans le plan (π), et faisant un angle β avec l'axe $(O,\vec{i})$.

0,5 **1-1-** Montrer que les composantes du vecteur vitesse, à un instant t, vérifient les équations différentielles :

$$\frac{dv_x}{dt}=0 \qquad \text{et} \qquad \frac{dv_y}{dt}=-g\sin\alpha .$$

0,75 **1-2-** Trouver l'équation de la trajectoire de G dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-3- Dans le cas où β = 60° :

0,75 **a-** Calculer la valeur de v_0 pour que G passe au point N.

1 **b-** Trouver les expressions des coordonnées x_S et y_S, du point S, sommet de la trajectoire de G, en fonction de v_0, α, β et g.

2- Etude d'un mouvement oscillatoire sur un plan incliné :

Le sportif tient le bout d'une corde dont l'autre extrémité est fixée au point A se trouvant au haut du plan incliné (π). Il commence à effectuer des petites oscillations autour de sa position d'équilibre AG_0 parallèle à l'axe $(O,\vec{j})$.

Pour étudier le mouvement du sportif tenant la corde, on le modélise par un pendule simple, constitué d'un solide de masse m et de centre d'inertie G, accroché à un fil inextensible, de masse négligeable, parallèle au plan (π) et de longueur ℓ = 12 m (Figure 2)

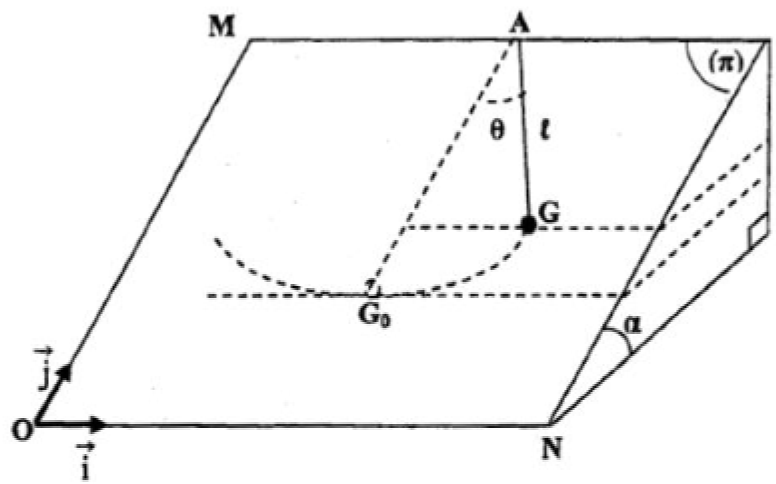


Figure 2

On repère, à chaque instant, la position de G par l'abscisse angulaire θ formé entre la corde et la droite (AG_0).

On prendra comme état de références de l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{pp} = 0$), le plan horizontal passant par G_0.

Le moment d'inertie J_Δ par rapport à l'axe de rotation (Δ) passant par A est : $J_\Delta = m\ell^2$.

On prendra dans le cas des petites oscillations : $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ (avec θ en radians).

0 ,5 **2-1-** Montrer que l'énergie mécanique du pendule s'écrit :

$$E_m = \frac{1}{2} m\ell^2 \left[\frac{g\sin\alpha}{\ell}\theta^2 + \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \right]$$

0,5 **2-2-** En déduire l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse angulaire θ.

0,5 **2-3-** La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme : $\theta = \theta_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ où T_0 est la période propre des oscillations du pendule.

Trouver, par utilisation de l'équation différentielle et de sa solution, l'expression de T_0. Calculer sa valeur.

0,5 **2-4-** Calculer, au passage du centre d'inertie G par G_0, l'intensité de la tension $\vec{T}$ appliquée par la corde sur le solide, dans le cas où $\theta_m = 12°$.

2010 SN

PHYSIQUE 3 (5,75 points) Les deux parties (1) et (2) sont indépendantes

1ère partie (2,75 points):Chute verticale d'un solide

Tout corps immergé dans un fluide est soumis à la poussée fluide , d'Archimède, et s'il est en mouvement de translation dans ce fluide il est soumis en plus à une force de frottement fluide .

Le but de cet exercice est d'étudier l'évolution de la vitesse de deux billes (a) et (b) en verre homogène de rayons différents en mouvement de translation dans une huile avec une vitesse relativement faible .

Données :

Masse volumique du verre : $\rho = 2600\ kg.m^{-3}$;

Masse volumique de l'huile : $\rho_0 = 970\ kg.m^{-3}$;

Viscosité de l'huile : $\eta = 8{,}0.10^{-2}\ N.m^{-2}.s$;

Accélération de la pesanteur : $g = 9{,}81 m.s^{-2}$.

L'expression du volume d'une sphère de rayon r : $V = \frac{4}{3}\pi.r^3$

On abandonne au même instant t = 0 les deux billes (a) et (b) à la surface d'une huile contenue dans un tube cylindrique vertical transparent .La hauteur d'huile dans le tube est H = 1,00 m, figure(1)

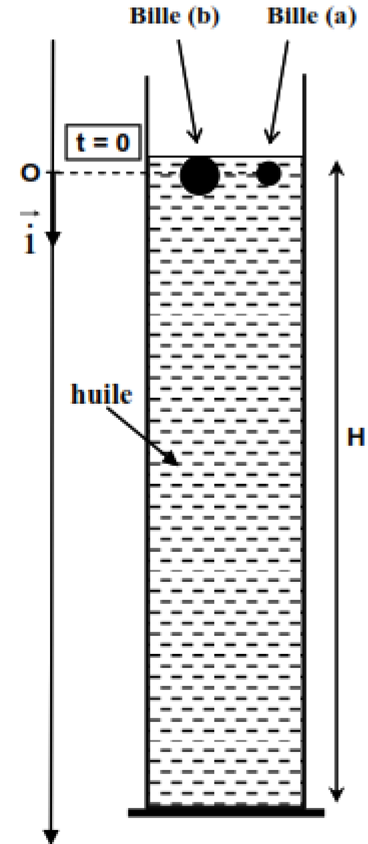


Figure 1

1-Etude du mouvement de la bille (a)

La bille (a) est soumise pendant son mouvement par rapport au repère $(O, \vec{i})$ lié à la terre aux forces :

- La poussée d'Archimède : $\vec{F} = -\rho_0.V.g.\vec{i}$
- La force de frottement fluide : $\vec{f} = -6\pi\eta.r.v.\vec{i}$
- Son poids : $\vec{P} = m.g.\vec{i}$

On désigne par τ le temps caractéristique du mouvement de la bille (a) et on considère que la vitesse limite de la bille est atteinte au bout d'une durée de 5τ .

1 **1.1-** Etablir l'équation différentielle $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = C$ du mouvement de la bille (a) et préciser les expressions de τ et de C . Calculer τ sachant que r = 0,25 cm .

0,5 **1.2-** Calculer la valeur de la vitesse limite $\mathbf{v}_\ell$ de la bille (a).

2-Etude comparative des mouvements des deux billes (a) et (b)

Le rayon de la bille (b) est r' = 2r .

0,5 **2.1-** Déterminer , en justifiant la réponse , la bille qui met plus de temps pour atteindre sa vitesse limite .

0,75 **2.2-**La distance parcourue au cours du régime transitoire par :

- la bille (a) est d_1 = 5,00cm
-la bille (b) est d_2=80,0 cm

On néglige r et r' devant H .

Calculer la durée qui sépare l'arrivée des deux billes (a) et (b) au fond du tube .

2-Etude comparative des mouvements des deux billes (a) et (b)

Le rayon de la bille (b) est r' = 2r .

0,5 **2.1-** Déterminer , en justifiant la réponse , la bille qui met plus de temps pour atteindre sa vitesse limite .

0,75 **2.2-**La distance parcourue au cours du régime transitoire par :

- la bille (a) est $d_1 = 5{,}00$cm
- la bille (b) est $d_2=80{,}0$ cm

On néglige r et r' devant H .

Calculer la durée qui sépare l'arrivée des deux billes (a) et (b) au fond du tube .

2ème partie (3 points) : Changement des conditions initiales du mouvement d'un oscillateur non amorti

Un système mécanique oscillant est un système qui effectue un mouvement périodique de va et vient autour de sa position d'équilibre stable .

Un pendule élastique horizontal est constitué d'un solide (S) de masse m lié à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives , de masse négligeable de raideur K . L'autre extrémité du ressort est liée à un support fixe ,figure (2).

A l'équilibre , le centre d'inertie G du solide(S) coïncide avec l'origine O du repère d'espace $(O, \vec{i})$ lié à la Terre .

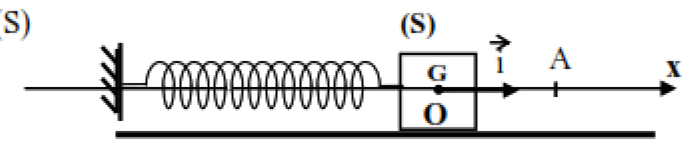


Figure 2

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre dans le sens positif jusqu'à ce que son centre d'inertie G coïncide avec un point A situé à une distance d du point O .

On considère les deux cas suivants :

- 1^{er} cas : On abandonne à t = 0 le corps (S) au point A sans vitesse initiale .
- 2ème cas : On lance à t = 0 , le corps (S) à partir du point A dans le sens négatif avec une vitesse initiale $\vec{v}_A$.

Dans les deux cas le solide (S) effectue un mouvement oscillatoire autour de sa position d'équilibre O .

0,5 **1-** Etablir l'équation différentielle que vérifie l'abscisse x du centre d'inertie G du solide .

0,5 **2-**Trouver l'expression littérale de la période propre T_0 de l'oscillateur pour que l'équation $x = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}\cdot t+\varphi\right)$ soit solution de l'équation différentielle.

0,5 **3-** On obtient à l'aide d'un dispositif approprié la courbe d'évolution des abscisses x_1 et x_2 du centre d'inertie G du corps (S) successivement dans le 1^{er} et le $2^{ème}$ cas comme l'indique la figure (3) .

Préciser , en justifiant la réponse , la courbe correspondante au mouvement de l'oscillateur dans le 1^{er} cas .

4- On considère l'oscillateur dans le 2ème cas et on désigne l'amplitude de son mouvement par x_{m2} et la phase à l'origine des dates par φ_2.

0,5 **4.1-** Déterminer à partir du graphe, figure (3) la valeur de la distance d et la valeur de l'amplitude x_{m2} .

0,5 **4.2-** En appliquant la conservation de l'énergie mécanique , montrer que l'amplitude x_{m2} peut s'écrire sous la forme : $x_{m2} = \sqrt{\dfrac{m.v_A^2}{K} + d^2}$.

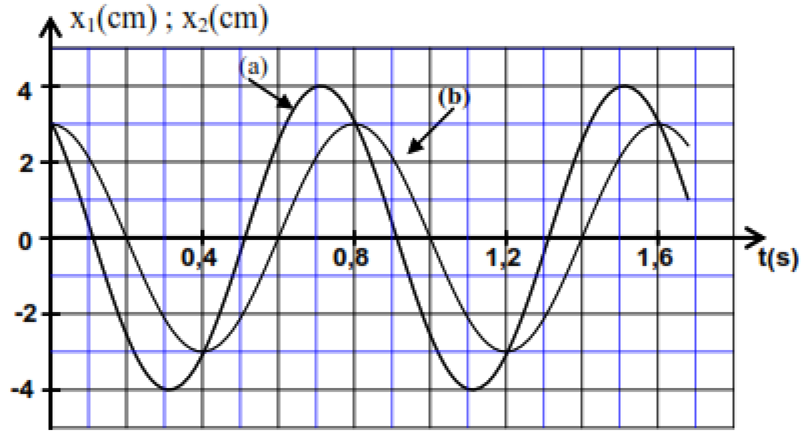


Figure 3

0,5 **4.3-** Trouver l'expression de $\tan\varphi_2$ en fonction de d et x_{m2} .

PHYSIQUE 3 : (6points) 2010 SR

1ère partie (3points) : Séparation des isotopes d'un élément chimique

La spectrométrie de masse est une technique de détection extrêmement sensible .
A l'origine , elle servait à détecter les différents isotopes d'un élément chimique , mais actuellement elle est utilisée pour étudier la structure des espèces chimiques .

On veut séparer les deux isotopes du zinc à l'aide d'un spectrographe de masse . La chambre d'ionisation produit les ions $^{68}Zn^{2+}$ et $^{A}Zn^{2+}$ de masse respective m_1 et m_2 .
Ces ions sont accélérés dans le vide entre deux plaques métalliques parallèles (P_1) et (P_2) à l'aide d'une tension constante de valeur $U = 1,00.10^3$ V , figure (1) .
On suppose que les ions quittent la chambre d'ionisation en P_1 sans vitesse initiale .
On néglige le poids des ions devant les autres forces .

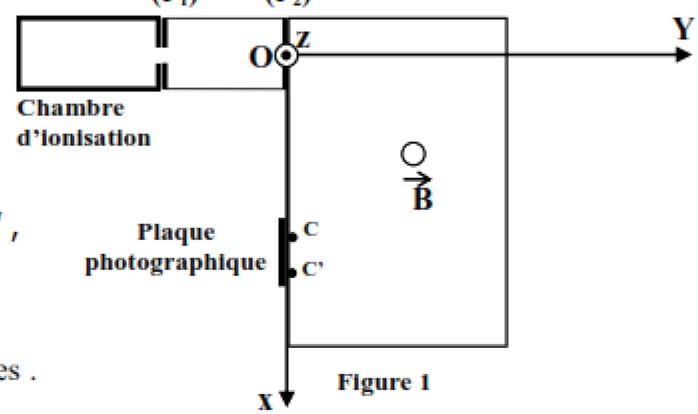


Figure 1

Données : la charge élémentaire $e = 1,60.10^{-19}$C .
La masse d'un proton est égale à la masse d'un neutron : $m_p = m_n = m = 1,67.10^{-27}$ kg .

0,25 **1-** Quelle est la plaque qui doit être portée au potentiel le plus élevé ?

0,25 **2-** Montrer que les deux ions $^{68}Zn^{2+}$ et $^{A}Zn^{2+}$ possèdent la même énergie cinétique au point O .

0, 5 **3-** Exprimer la vitesse v_1 de l'ion $^{68}Zn^{2+}$ au point O en fonction de U , e et m .
En déduire l'expression de la vitesse v_2 de l'ion $^{A}Zn^{2+}$ au même point O en fonction de v_1 et A .

4-A l'instant t = 0 , les ions $^{68}Zn^{2+}$ et $^{A}Zn^{2+}$ pénètrent ensuite dans une région où règne un champ magnétique uniforme orthogonal au plan de la figure d'intensité B = 0,10 T .
Ces ions $^{68}Zn^{2+}$ et $^{A}Zn^{2+}$ sont déviés et heurtent la plaque photographique respectivement aux points C et C'.

0,25 **4.1-** Indiquer sur un schéma le sens du vecteur $\vec{B}$. Justifier la réponse

0, 5 **4.2-** Montrer que le mouvement des ions Zn^{2+} a lieu dans le plan $(O, \vec{x}, \vec{y})$

0,5 **4.3-** Déterminer la nature du mouvement des ions Zn^{2+} dans le champ $\vec{B}$.

0,75 **4.4-** On donne CC'=8,00 mm . Déduire la valeur de A .

2ème Partie (3 points) : Etude énergétique d'un pendule pesant

On considère un pendule pesant effectuant des oscillations libres non amorties .
Le pendule étudié est une tige AB homogène de masse m et de longueur $AB = \ell = 60{,}0$ cm pouvant tourner dans un plan vertical autour d'un axe (Δ) horizontal passant par son extrémité A , figure (2).

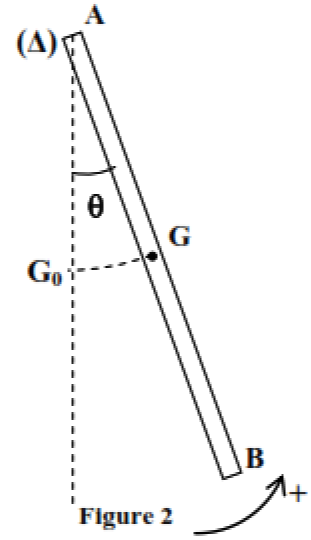


Figure 2

Le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe (Δ) est $J_\Delta = \frac{1}{3} m.\ell^2$.
On étudie le mouvement du pendule dans un repère lié au référentiel terrestre que l'on suppose galileen .
On repère à chaque instant la position du pendule par l'abscisse angulaire θ qui est l'angle que fait la tige avec la verticale passant par A .
On choisit le plan horizontal passant par G_0 , position du centre d'inertie de la tige AB dans la position d'équilibre stable , comme état de référence pour l' énergie potentielle de pesanteur($E_p = 0$) .
On admet dans le cas de faibles oscillations que $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ avec θ en radian et on prend $g = 9{,}80\ m.s^{-2}$.

1- Equation différentielle du mouvement du pendule

0,25 **1.1-** Montrer que l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur E_p de la tige peut s'écrire sous la forme $E_p = m.g \cdot \frac{\ell}{2}(1-\cos\theta)$.

0, 5 **1.2-** Dans le cas de faibles oscillations , écrire l'expression de l'énergie mécanique E_m de la tige à un instant t en fonction de m , ℓ , g , θ et $\frac{d\theta}{dt}$.

0, 5 **1.3-** Déduire l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse angulaire dans le cas de faibles oscillations .

2- Etude énergétique

On lance la tige AB à partir de sa position d'équilibre stable avec une vitesse initiale qui lui permet d'acquérir une énergie mécanique E_m .
La figure 3 donne le diagramme de l'évolution de l'énergie potentielle E_p et de l'énergie mécanique E_m de la tige AB pour deux expériences différentes .Dans chaque expérience la tige est lancée à partir de sa position d'équilibre stable avec une vitesse initiale donnée ; elle acquiert dans chaque expérience une énergie mécanique donnée :
- dans l'expérience(1) : $E_m=E_{m1}$
- dans l'expérience (2) : $E_m=E_{m2}$

0, 5 **2.1-** Déterminer à l'aide du graphe, de la figure (3), la nature du mouvement de la tige dans chaque expérience .

0,75 **2.2-** Préciser à partir du graphe la valeur maximale de l'abscisse angulaire θ du pendule dans l'expérience (1) .
En déduire la masse m de la tige .

0,5 **2.3-**Au cours de l'expérience (2) , l'énergie cinétique de la tige varie entre une valeur minimale $E_{c(min)}$ et une valeur maximale $E_{c(max)}$.
Trouver la valeur de $E_{c(min)}$ et celle de $E_{c(max)}$.

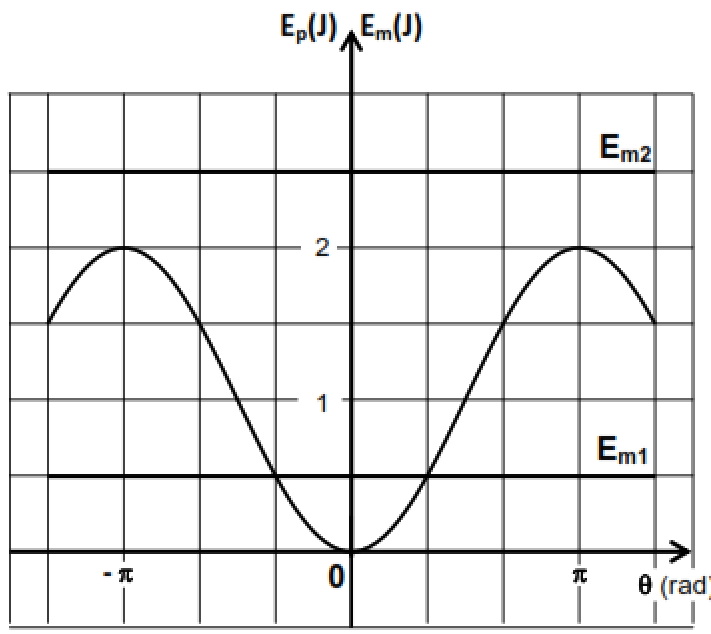


Figure 3

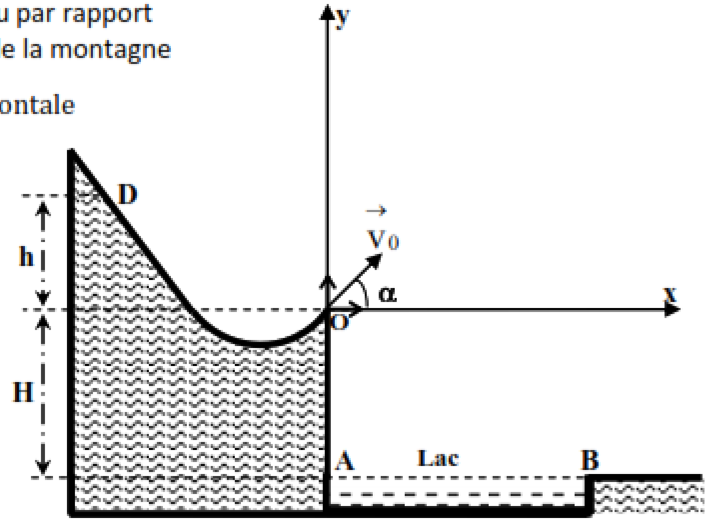
Exercice 3 (5,75 points) **Les deux parties (1) et (2) sont indépendantes**

Première partie (2,25 points) : Etude du mouvement d'un skieur

Un skieur glisse sur une montagne recouverte de glace au pied de laquelle se trouve un lac d'eau .
La figure suivante donne l'emplacement du lac d'eau par rapport au point O où le skieur sera obligé de quitter le sol de la montagne avec une vitesse $\vec{V_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale
Le skieur part d'un point D situé à la hauteur h par rapport au plan horizontal contenant le point O, (voir figure) .La vitesse v du skieur lors de son passage au point O s'exprime par la relation

$v = \sqrt{2g.h}$

Dans un essai le skieur passe par le point O origine du repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ avec une certaine vitesse, alors il tombe dans le lac d'eau .



On veut déterminer la hauteur minimale h_m de la hauteur h du point D à partir duquel doit partir le skieur sans vitesse initiale pour qu'il ne tombe pas dans le lac .

Données :
- Masse du skieur et ses accessoires : m=60kg ;
- Accélération de la pesanteur : $g = 10\ m.s^{-2}$;
- La hauteur : H= 0,50 m ;
- L'angle : $\alpha=30°$

La longueur du lac d'eau : AB = d = 10m .
Pour cet exercice, on assimile le skieur et ses accessoires à un point matériel G et on néglige tous les frottements et toutes les actions de l'air.

1- Le skieur quitte le point O à l'instant t = 0 avec une vitesse $\vec{V_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale.

0,75 **1.1-** En appliquant la deuxième loi de Newton , déterminer l'équation différentielle que vérifie chacune des coordonnées du vecteur vitesse dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0,5 **1.2-** Montrer que l'équation de la trajectoire du skieur s'écrit dans le repère cartésien sous la forme :

$$y(x) = -\frac{1}{2}g\cdot\frac{x^2}{v_0^2.\cos^2\alpha} + x.\tan\alpha \ .$$

1 **2-** Déterminer la valeur minimale h_m de la hauteur h pour que le skieur ne tombe pas dans le lac d'eau .

Deuxième partie (3,5 points) :La chute verticale d'une bille métallique .

L'objectif de cet exercice est d'étudier le mouvement de chute verticale d'une bille métallique dans l'air et dans un liquide visqueux.

Donnée :

- La masse volumique de la bille : $\rho_1 = 2{,}70.10^3$ kg.m^{-3} ;
- La masse volumique du liquide visqueux : $\rho_2 = 1{,}26.10^3$ kg.m^{-3} ;
- Le volume de la bille : $V = 4{,}20.10^{-6}$ m^3
- Accélération de la pesanteur : $g = 9{,}80$ m.s^{-2}

A l'instant t=0 on libère la bille d'un point O confondu avec son centre d'inertieG .

Le point O se trouve à une hauteur H de la surface libre du liquide visqueux qui se trouve dans un tube transparent vertical (figure 1).

La courbe de la figure (2) représente l'évolution de la vitesse v du centre d'inertie G de la bille au cours de sa chute dans l'air et dans le liquide visqueux.

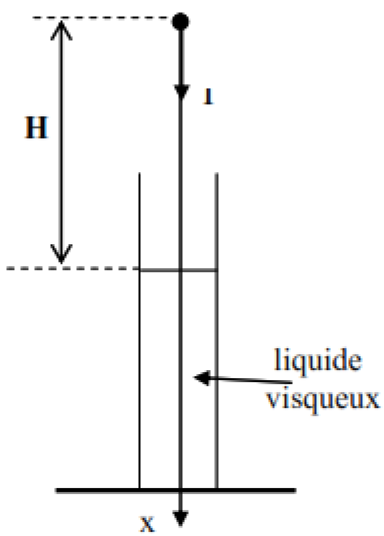


Figure 1

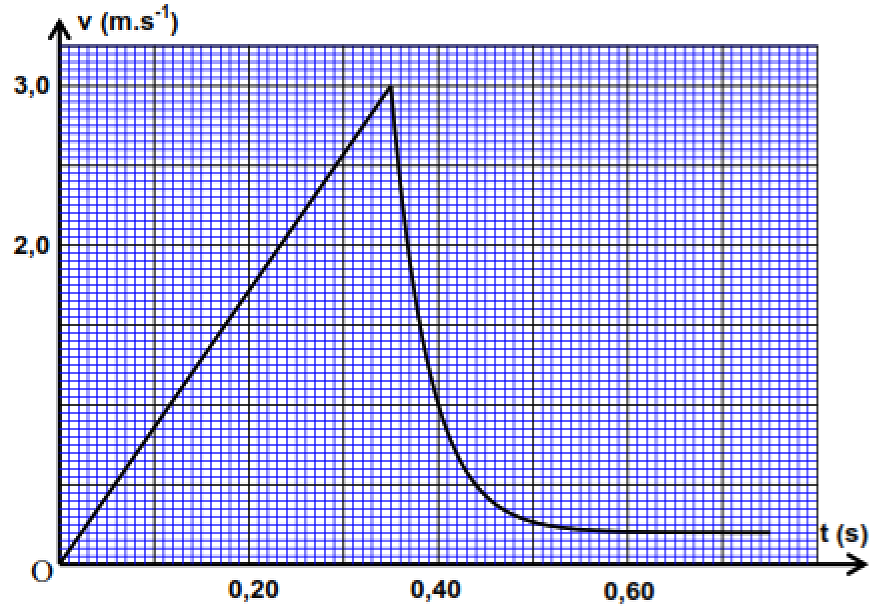


Figure2

1- Etude du mouvement de la bille dans l'air.

On modélise l'action de l'air sur la bille au cours de sa chute par une force verticale $\vec{R}$ d'intensité R constante .

On néglige le rayon de la bille devant la hauteur H .

Le centre d'inertie de la bille atteint la surface libre du liquide visqueux à un instant t_1 avec une vitesse v_1 .

0,5 **1.1-** En appliquant la deuxième loi de Newton , exprimer R en fonction de V ,ρ_1 , g , v_1 et t_1 .

0,5 **1.2-** En exploitant la courbe v=f(t) , calculer la valeur de R .

2- Etude du mouvement de la bille dans le liquide visqueux .

La bille est soumise pendant sa chute dans le liquide visqueux , en plus de son poids aux forces :

- Poussée d'Archimède : $\vec{F} = -\rho_2.V.g.\vec{i}$
- Force de frottement visqueux : $\vec{f} = -k.v.\vec{i}$ avec k constante positive .

On modélise l'évolution de la vitesse v du centre d'inertie de la bille, dans le système international des unités, par l'équation différentielle $\frac{dv}{dt} = 5,2 - 26.v$ (1)

0,5 **2.1-** Trouver l'équation différentielle littérale vérifiée par la vitesse v du centre d'inertie de la bille en fonction des données du texte.

0,75 **2.2-** En utilisant cette équation différentielle littérale et le graphe de la figure 2 ,vérifier que l'équation différentielle (1) est correcte.

0,5 **2.3-** En utilisant l'équation aux dimensions, déterminer la dimension de la constante k.
Calculer la valeur de k

0,75 **2.4-** sachant que la vitesse du centre d'inertie de la bille dans le liquide visqueux à un instant t_i est v_i=2,38 $m.s^{-1}$; établir à l'aide de la méthode d'Euler que l'expression de la vitesse de G à l'instant $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ est : $v_{i+1} = (1-26\Delta t).v_i + 5,20\Delta t$ avec Δt le pas du calcul .
Calculer v_{i+1} dans le cas où Δt = 5,00 ms.

Première partie (2,25 points) : Etude du mouvement d'un satellite artificiel 2011SR

Le satellite HOTBIRD apparait immobile pour un observateur fixe sur la surface de la terre .
Ce satellite est utilisé pour les télécommunications et les émissions radio et télévisées.
Les paraboles fixées à la surface de la terre et orientées vers le satellite HOTBIRD captent les ondes électromagnétiques provenant de ce dernier sans qu'elles soient munies d'un dispositif permettant de suivre le mouvement du satellite HOTBIRD .

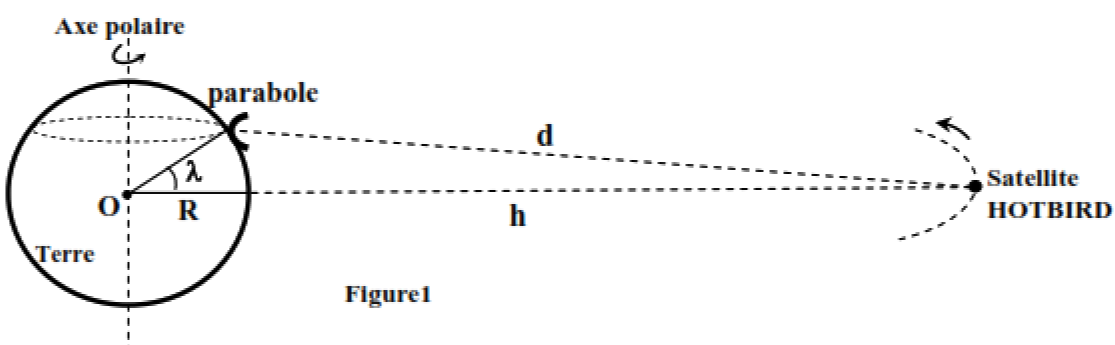


Figure1

Données :

- Masse de la Terre : $M_T = 5,98.10^{24}$ kg ;
- Rayon de la Terre : R = 6400 km ;
- Constante d'attraction gravitationnelle : G = $6,67.10^{-11}$ (S.I) ;
- On suppose que la Terre est une sphère à répartition massique symétrique ;
- La Terre effectue un tour complet autour de se son axe polaire en T=23h56min4s ;
- La hauteur de l'orbite du satellite HOTBIRD par rapport à la surface de la terre est h = 36000 km .

1- La parabole et la réception des ondes électromagnétiques

Une parabole est fixée sur le toit d'une maison qui se trouve à la latitude λ=33,5° .

0,75 **1.1-** Calculer dans le référentiel géocentrique la vitesse v_p de la parabole concave supposée ponctuelle .

0,25 **1.2-** Justifier pourquoi il n'est pas nécessaire que la parabole soit munie d'un système rotatoire qui permet de suivre le mouvement du satellite HOTBIRD .

2- Etude du mouvement du satellite HOTBIRD

On assimile le satellite HOTBIRD à un point matériel de masse m_s .

0,75 **2.1-** En appliquant la deuxième loi de Newton , établir l'expression de la vitesse v_s du satellite HOTBIRD sur son orbite en fonction de G , M , R et h . calculer v_s .

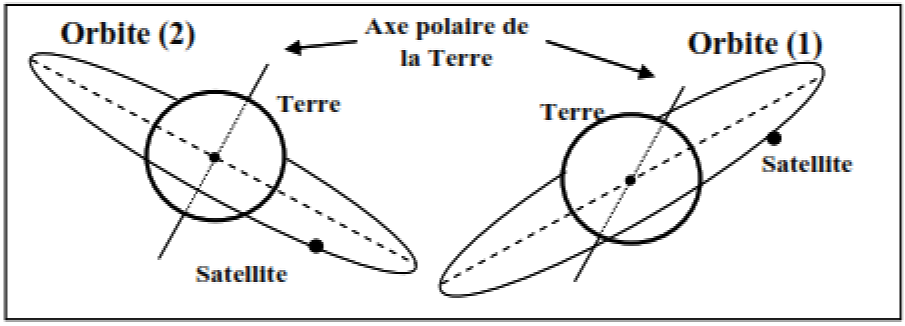
0, 5 **2.2-** On considère deux orbites hypothétiques (1) et (2) d'un satellite en mouvement circulaire uniforme comme l'indique la figure(2) .

Choisir la réponse juste en justifiant votre choix :

L'orbite qui correspond au satellite HOTBIRD est :

a) L'orbite (1) .

b) L'orbite (2) .



Deuxième partie (3, 5 point) :Etude énergétique d'un oscillateur mécanique

Le pendule pesant est un système mécanique en mouvement de rotation oscillatoire autour d'un axe horizontal, sa période dépond généralement de l'amplitude du mouvement .
L'objectif de cet exercice est d'étudier un oscillateur formé d'un pendule pesant et d'un fil de torsion et comment le transformer à un oscillateur de période indépendante de l'amplitude du mouvement .

On fixe au milieu d'un fil tendu horizontalement, de constante de torsion C , une tige de longueur $AB = 2\ell$ et de masse négligeable . A l'extrémité inférieur A de la tige est fixé un corps ponctuel (S_1) de masse $m_1 = m$.

La tige porte sur sa partie supérieure en un point M situé à une distance d du point O un solide ponctuel (S_2) de masse $m_2 = 2m$ .La position de (S_2) sur la tige peut être réglée .

Lorsque le fil de torsion n'est pas tordu , la tige prend une position verticale .

On désigne par J_Δ le moment d'inertie du système constitué par la tige AB et les solides(S_1) et (S_2) par rapport à l'axe de rotation (Δ) qui est confondu avec le fil de torsion .

On écarte la tige AB de sa position d'équilibre verticale d'un angle θ_m dans le sens positif puis on la libère sans vitesse initiale , elle effectue alors des oscillations dans un plan vertical .

On repère à chaque instant la position de la tige AB par l'angle θ qu'elle forme avec la verticale passant par O ,comme indique la figure (1).

On néglige tous les frottements .

L'expression de l'énergie potentielle de torsion dans le cas étudié est $E_{pt} = 2C\theta^2 + cte$.

On choisit comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal contenant le point O, et comme état de référence pour l'énergie potentielle de torsion la position dans laquelle le fil n'est pas tordu (θ=0).

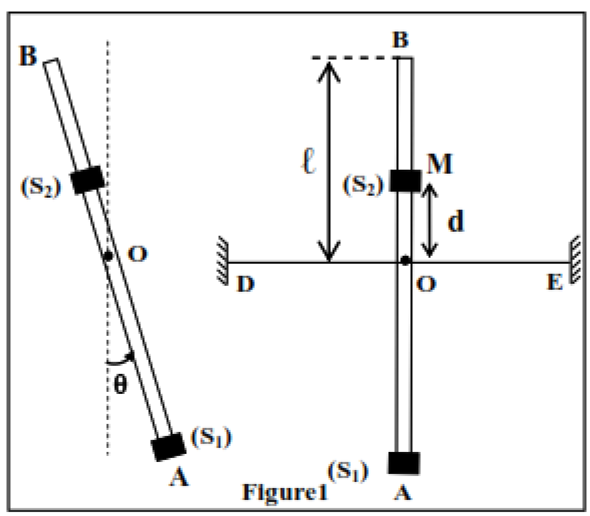


Figure1

1 **1-** Montrer que l'expression de l'énergie mécanique E_m de l'oscillateur s'écrit sous la forme :

$$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 + 2mg(d - \frac{\ell}{2})\cos\theta + 2C\theta^2$$

2- On considère le cas de faibles oscillations dont $0 < \theta < \frac{\pi}{18}$ (rad) et $\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2_{(rad)}}{2}$.

1 **2.1-** Etablir l'expression de l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ .

0,75 **2.2-** Trouver l'expression littérale de la période propre T_0 de l'oscillateur pour que la solution de l'équation différentielle soit : $\theta(t) = \theta_m\cos(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi)$.

0,75 **3-** On règle la position de (S_2) sur la tige à la distance d_0 du point O, puis on écarte de nouveau la tige de sa position d'équilibre verticale d'un angle θ_m et on la libère sans vitesse initiale .
Déterminer la distance d_0 en fonction de ℓ pour que le mouvement de l'oscillateur soit un mouvement de rotation sinusoïdale, quel que soit la valeur de θ_m appartenant à l'intervalle $\left]0 ; \frac{\pi}{2}\right[$.

2012 **SN**

Exercice 3 : (5,75 points) **Les deux parties 1 et 2 sont indépendantes**

Première partie : (2,5 points) **Mouvement de chute d'un parachutiste**

Après un cours moment de son saut d'un avion, le parachutiste ouvre son parachute pour freiner son mouvement , ce qui lui permet d'arriver au sol en toute sécurité .
L'objectif de cette partie est l'étude du mouvement vertical d'un parachutiste après l'ouverture de son parachute.

Données : - Masse du parachutiste et ses accessoires : m = 100 kg
- On considère que l'accélération de la pesanteur est constante : $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.

Un parachutiste accompagné de ses accessoires saute avec une vitesse initiale négligeable d'un hélicoptère immobile se trouvant à une hauteur h du sol ,. Le parachutiste ouvre son parachute au moment où sa vitesse atteint $52\ m.s^{-1}$ à un instant considéré comme origine des dates. Le système (S) formé par le parachutiste et ses accessoires prend alors un mouvement de translation vertical.

On étudie le mouvement du système (S) dans un repère galiléen $(O, \vec{k})$ lié à la terre, vertical et orienté vers le bas (figure 1).
L'air exerce sur le système (S) une force que l'on modélise, par une force de frottement d'intensité $f = k.v^2$ avec k une constante et v la vitesse du parachutiste .
On néglige la poussée d'Archimède exercée par l'air.
La courbe de la figure 2 représente la variation de la vitesse v en fonction du temps après l'ouverture du parachute.

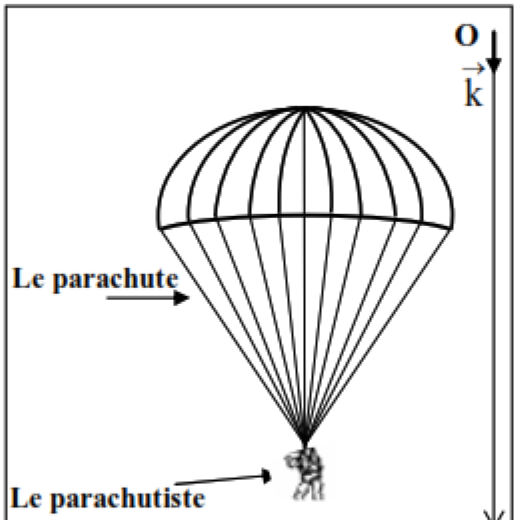


Figure 1

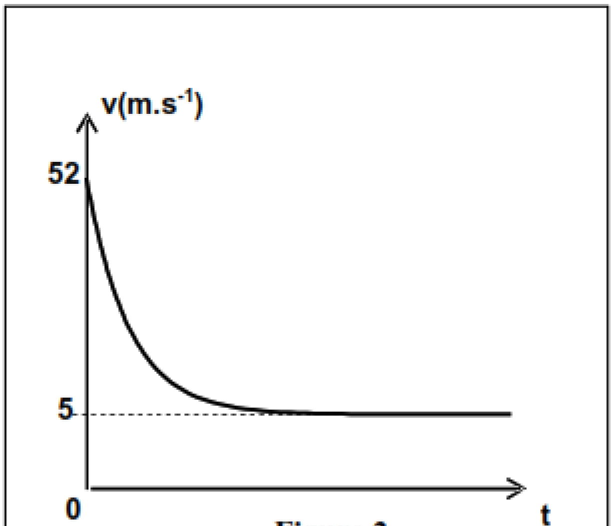


Figure 2

0,5 **1-** Montrer que l'équation différentielle que vérifie la vitesse v s'écrit sous la forme $\frac{dv}{dt} = g.(1 - \frac{v^2}{\alpha^2})$ en précisant l'expression de α en fonction de m, g et k.

0,5 **2** – Choisir la bonne réponse et justifier :

La grandeur α représente :

a- la vitesse du système (S) à l'instant t=0 .
b- l'accélération du mouvement du système (S) à l'instant t=0.
c- la vitesse limite du système (S) .
d- l'accélération du mouvement du système (S) dans le régime permanent.

0,75 **3-** Déterminer la valeur de α . En déduire la valeur de k en précisant son unité dans le système international .

0,75 **4-** Pour tracer la courbe v(t) de la figure2 on peut utiliser la méthode d'Euler avec un pas de calcul Δt. Soient v_n la vitesse du parachutiste à l'instant t_n , et v_{n+1} sa vitesse à l'instant $t_{n+1}=t_n+\Delta t$ telles que $v_{n+1} = -7{,}84.10^{-2}.v_n^2 + v_n + 1{,}96$ avec v_n et v_{n+1} en $m.s^{-1}$. Déterminer le pas Δt .

Deuxième partie :(3,25 points) **Pendule pesant**

Le pendule pesant est un système mécanique qui peut effectuer un mouvement de rotation oscillatoire autour d'un axe fixe horizontal ne passant pas par son centre d'inertie; sa période propre dépend de l'accélération de la pesanteur .
L'objectif de cette partie est l'étude de l'effet de l'accélération de la pesanteur sur la période propre d'un pendule pesant dans le cas de faibles oscillations .

Le pendule pesant représenté sur la figure 1 est constitué d'un disque de masse m_1 , fixé à l'extrémité inferieur A d'une tige OA de masse m_2 avec $m_1+ m_2 = 200g$.
Le pendule pesant peut effectuer un mouvement de rotation oscillatoire autour d'un axe fixe (Δ) horizontal passant par l'extremité O de la tige. Le centre d'inertie G du pendule pesant est situé sur la tige à une distance OG=d=50 cm de O.
Le moment d'inertie du pendule pesant par rapport à l'axe (Δ) est $J_\Delta=9{,}8.10^{-2}$ kg.m². On néglige tous les frottements .

On prend pour les petits angles : $\cos\theta \simeq 1 - \frac{\theta^2}{2}$ et $\sin\theta \approx \theta$ avec θ en radian . Et on prend $\pi^2=10$

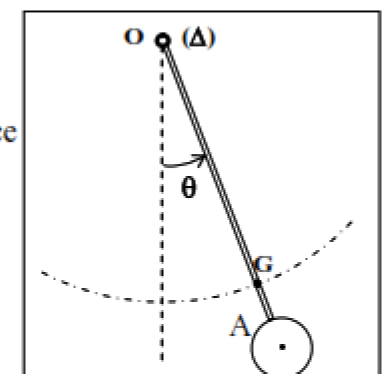


Figure 1

1- Au niveau de la mer où l'accélération de la pesanteur est $g_0 = 9{,}8$ $m.s^{-2}$, on écarte le pendule pesant de sa position d'équilibre stable d'un angle $\theta_0 = \frac{\pi}{18}$ rad et on le libère sans vitesse initiale à l'instant t=0. On repère à chaque instant la position du pendule pesant par l'abscisse angulaire θ mesurée à partir de sa position d'équilibre stable (figure 1).

0,25 **1.1-** En appliquant la relation fondamentale de la dynamique relative à la rotation du pendule pesant , déterminer l'équation différentielle que vérifie l'angle θ dans le cas de faibles oscillations .

0,5 **1.2-** Trouver, en fonction de J_Δ, d, m_1, m_2 et g_0 l'expression de la période propre T_0 du pendule pour que la solution de l'équation différentielle soit $\theta = \theta_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$. Calculer T_0.

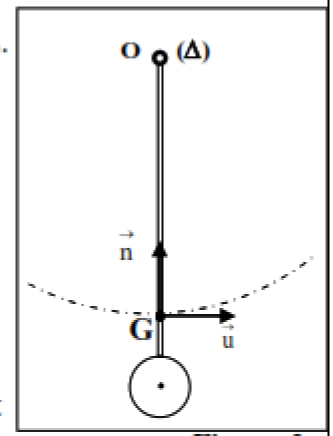


Figure 2

0,75 **1.3-** En appliquant la deuxième loi de Newton et en utilisant la base de Freinet $(G,\vec{u},\vec{n})$ (figure 2) , trouver l'expression de l'intensité R de la force exercée par l'axe (Δ) sur le pendule pesant au moment de passage du pendule par sa position d'équilibre stable en fonction de m_1,m_2, d , g_0 , θ_0, et T_0. Calculer R.

2- Dans une région montagneuse où l'accélération de la pesanteur est $g = 9{,}78\ m.s^{-2}$, la période propre du pendule pesant augmente de ΔT.

Pour corriger le décalage temporel Δt , on utilise un ressort spiral équivalent à un fil de torsion dont la constante de torsion est C .

On relie l'une des extrémités du ressort spiral à l'extrémité O de la tige et on fixe l'autre extrémité du ressort à un support fixe de telle façon que le ressort spiral soit non déformé lorsque le pendule pesant est dans sa position d'équilibre stable (figure3).

On choisit le niveau horizontal passant par G_0 centre d'inertie du pendule pesant dans sa position d'équilibre stable , comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur et la position dans laquelle le ressort spiral est non déformé , comme référence de l'énergie potentielle de torsion . le point G_0 correspond à l'origine du repère O'z orienté vers le haut (figure 3).

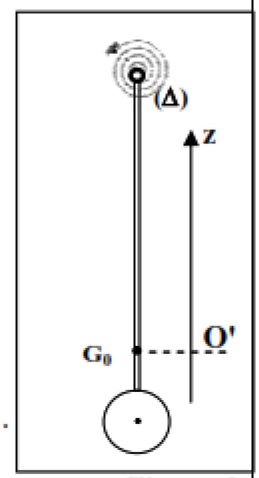


Figure 3

0,5 **2.1-** Montrer dans le cas de petites oscillations et à une date t , que l'énergie mécanique de l'oscillateur ainsi constitué s'écrit sous la forme : $E_m = a.\dot{\theta}^2 + b.\theta^2$ en précisant les expressions de a et de b en fonction des données utiles de l'exercice .

0,5 **2.2-** En déduire l'équation différentielle du mouvement que vérifie l'angle θ en fonction de a et b .

0,75 **2.3-** Trouver l'expression de la constante de torsion C qui convient à la correction du décalage temporel ΔT en fonction de m_1, m_2, d, g, et g_0 . Calculer C .

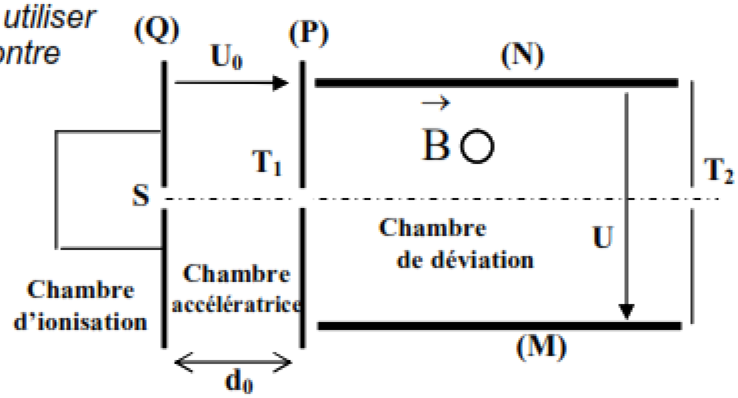
2012 SR

Exercice 3 : (5,75 points) **Les deux parties sont indépendantes**

Première partie : (2,75 points) **Séparation des ions $^{35}Cl^-$ et $^{37}Cl^-$**

Pour séparer des ions différents, on peut utiliser le dispositif schématisé sur la figure ci-contre qui comprend :

- *Une chambre d'ionisation dans laquelle les ions sont produits ;*
- *Une chambre accélératrice dans laquelle les ions sont accélérés ;*
- *Une chambre de déviation où les ions sont déviés .*



Le but de cette partie est de séparer les ions $^{35}Cl^-$ et $^{37}Cl^-$ par action simultanée d'un champ électrique et d'un champ magnétique .

Données :
On considère que les ions se déplacent dans le vide et que leur poids est négligeable devant les autres forces .
Masse d'un ion $^{35}Cl^-$: $m_1=5,81.10^{-26}$ kg
Masse d'un ion $^{37}Cl^-$: $m_2=6,15.10^{-26}$ kg
La charge élémentaire : $e = 1,6.10^{-19}$ C .

1- Les ions $^{35}Cl^-$ et $^{37}Cl^-$ quittent la chambre d'ionisation au point S avec une vitesse initiale négligeable et sont accélérés par une tension électrique $U_0=V_P-V_Q=100V$ appliquée entre deux plaques métalliques verticales (P) et (Q) séparées par une distance d_0.

1.1- En appliquant la deuxième loi de Newton :

0,5 **a -** Déterminer la nature du mouvement des ions $^{35}Cl^-$ dans la chambre accélératrice .

0,5 **b -** En déduire l'expression de la vitesse v_1 des ions $^{35}Cl^-$ à leur arrivée à la plaque (P) en fonction de m_1 , e et U_0.

0,5 **1.2-** Les ions $^{37}Cl^-$ arrivent à la plaque (P) avec une vitesse v_2 . Déterminer l'expression de v_2 en fonction de v_1 , m_1 et m_2.

2- Après la sortie des ions $^{35}Cl^-$ et $^{37}Cl^-$ par le trou T_1 avec les vitesses respectives $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$, ils entrent dans la chambre de déviation dans laquelle règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire aux deux vitesses initiales $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$, et un champ électrique $\vec{E}$ uniforme crée par l'application d'une tension électrique $U = V_M - V_N = 200V$ entre les deux plaques métalliques horizontales (M) et (N) séparées d'une distance d = 5 cm , ce qui donne aux ions $^{35}Cl^-$ un mouvement rectiligne uniforme et sortent du trou T_2 .

0,75 **2.1-** En appliquant la deuxième loi de Newton aux ions $^{35}Cl^-$, préciser le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ et déterminer l'expression de son module en fonction de U_0, U, e, m_1 et d.
Calculer B.

0,5 **2.2-** déterminer le sens de déviation des ions $^{37}Cl^-$ à l'intérieur de la chambre de déviation .

Deuxième partie : (3 points) Pendule de torsion

Le système mécanique oscillatoire est un système qui effectue un mouvement périodique autours de sa position d'équilibre stable . Parmi ces oscillateurs on cite le pendule de torsion .
L'objectif de cette partie est l'étude du mouvement d'un pendule de torsion.

Le pendule de torsion représenté sur la figure 1 est constitué d'un fil de torsion de constante de torsion C_0 et de longueur ℓ , et d'une tige homogène AB .

On fixe la tige AB par son milieu au fil de torsion en un point O qui divise le fil en deux parties :
- Une partie OM de longueur z et de constante de torsion C_1;
- Une partie ON de longueur ℓ-z et de constante de torsion C_2.

Lorsque le fil est tordu d'un angle θ , la partie OM exerce sur la tige un couple de torsion de moment $M_1 = - C_1\theta$, et la partie ON exerce sur la tige un couple de torsion de moment $M_2 = - C_2\theta$.

On exprime la constante de torsion C d'un fil de torsion de longueur L par la relation $C = \dfrac{k}{L}$ avec k une constante qui dépend du matériau constituant le fil de torsion et du diamètre de ce fil .

J_Δ représente le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe de rotation (Δ) confondu avec le fil de torsion

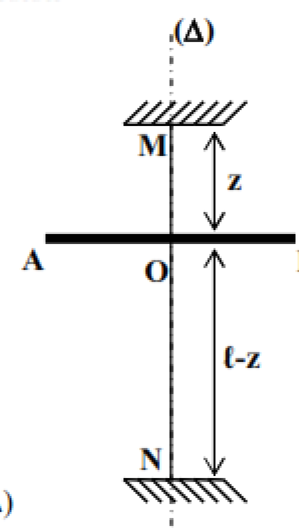


Figure1

Au début le fil de torsion est non tordu et la tige AB est horizontale .

On fait tourner la tige AB autours de l'axe (Δ) d'un angle θ_m de sa position d'équilibre stable et on l'abandonne sans vitesse initiale , elle effectue alors des oscillations dans le plan horizontal .

On repère la position de la tige AB à une date t par l'abscisse angulaire θ que fait la tige à cet instant avec la droite horizontale confondue avec la position d'équilibre de la tige.

On néglige tous les frottements .

0,75 **1-** En appliquant la relation fondamentale de la dynamique relative à la rotation , montrer que l'équation différentielle du mouvement de ce pendule s'écrit : $\ddot{\theta}+\dfrac{C_0.\ell^2}{J_\Delta.z.(\ell-z)}\cdot\theta=0$.

0,5 **2-** Trouver l'expression littérale de la période propre T_0 de l'oscillateur pour que la solution de l'équation différentielle soit : $\theta=\theta_m.\cos\left(\dfrac{2\pi.t}{T_0}\right)$.

3- La courbe de la figure 2 représente la variation de l'accélération angulaire de la tige en fonction de l'abscisse angulaire θ dans le cas où $z=\dfrac{\ell}{2}$.

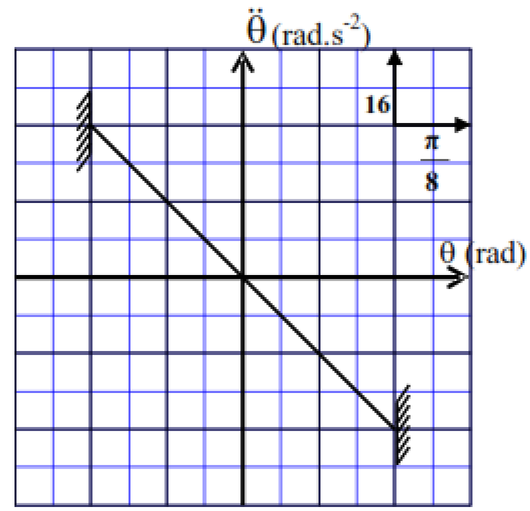


Figure2

0,75 **3.1-** Déterminer la valeur de T_0 dans ce cas .

3.2- On choisit le plan horizontal qui contient la tige AB comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur et on choisit comme état de référence de l'énergie potentielle de torsion la position d'équilibre de la tige où $\theta = 0$.

0,5 a- Déterminer dans le cas où $z=\dfrac{\ell}{2}$, l'expression de l'énergie mécanique E_m de l'oscillateur à un instant t en fonction de J_Δ , C_0 , θ et la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ de la tige AB.

0,5 b- Sachant que $E_m=4.10^{-3}$ J , Calculer C_0 . On prend $\pi^2=10$.

EXERCICE 3 $(5{,}75\, points)$ **Les deux parties sont indépendantes**

Première partie $(3{,}25\, points)$ **: de l'étude de la chute libre à la chute avec frottement**

Newton a supposé que tous les corps ont même mouvement de chute quelque soit leur masses **.** Pour vérifier cette hypothèse Newton a réalisé l' expérience de chute dans un tube vide en utilisant des corps de masse et de forme différentes et en déduit que ce sont les forces de frottement fluides qui sont responsables de la différence des vitesses de chute des corps verre la Terre.

Ahmed et Myriam ont décidé de vérifier expérimentalement la déduction de Newton, pour cela ils ont utilisé deux billes en verre (a) et (b) ayant le même volume V et la même masse m .

Ils abandonnent les deux billes au même instant $t = 0$ et sans vitesse initiale d'une même hauteur h du sol **(**fig 1**) .**

- Ahmed a lâché la bille (a) dans l'air ;
- Myriam a lâché la bille (b) dans un tube transparent contenant de l'eau de hauteur h (fig 1).

A l'aide d'un dispositif convenable Ahmed et Myriam ont obtenu les résultats suivants :

- La bille (a) atteint le sol à l'instant $t_a = 0{,}41 s$ **;**
- La bille (b) atteint le sol à l'instant $t_b = 1{,}1\, s$.

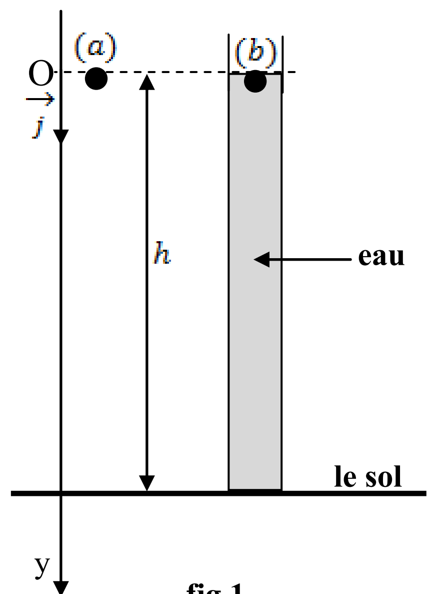


fig 1

Données : accélération de la pesanteur $g = 9{,}80 m.s^{-2}$;

$m = 6{,}0.10^{-3} kg$; $V = 2{,}57.10^{-6} m^3$;

la masse volumique de l'eau $\rho = 1000 kg.m^{-3}$.

On suppose que la bille (a) n'est soumise au cours de sa chute dans l'air qu' à son poids.

La bille (b) est soumise au cours de sa chute dans l'eau à :

- Son poids d'intensité $P = mg$;
- La poussé d'Archimède d'intensité $F_A = \rho.g.V$;
- La force de frottement fluide d'intensité $f = K.v^2$ avec K une constante positive et v vitesse du centre d'inertie de la bille .

1- Étude du mouvement de la bille (a) dans l'air

0,25 **1.1-** Établir l'équation différentielle que vérifie la vitesse du centre d'inertie de la bille au cours de la chute**.**

0,5 **1.2-** Calculer la valeur de la hauteur **h** .

2- Étude du mouvement de la bille (b) dans l'eau

Myriam a enregistré à l'aide d'un dispositif convenable L'évolution de la vitesse de la bille (b) au cours du temps ; Elle a obtenu le graphe représenté dans la figure 2.

0,5 **2.1-**Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse du centre d'inertie de la bille (b) au cours de sa chute dans l'eau en fonction des donnés du texte.

0,75 **2.2**- A l'aide du graphe de la figure 2,déterminer la valeur de la constant K.

0, 75 **2.3**- Trouver l'expression de l'accélération a_0 du centre d'inertie de la bille (b) à l'instant t = 0 en fonction de g , V , ρ et m . Déterminer le temps caractéristique du mouvement de la bille (b) .

0,5 **3- la différence entre les durées de chute**

Ahmed et Myriam ont répété leur expérience dans les Conditions précédentes mais cette fois la hauteur D'eau dans le tube est H = 2h .Ahmed et Myriam ont libéré des deux billes (a) et (b) sans vitesse initiale au même instant $t = 0$ du même hauteur H = 2h.

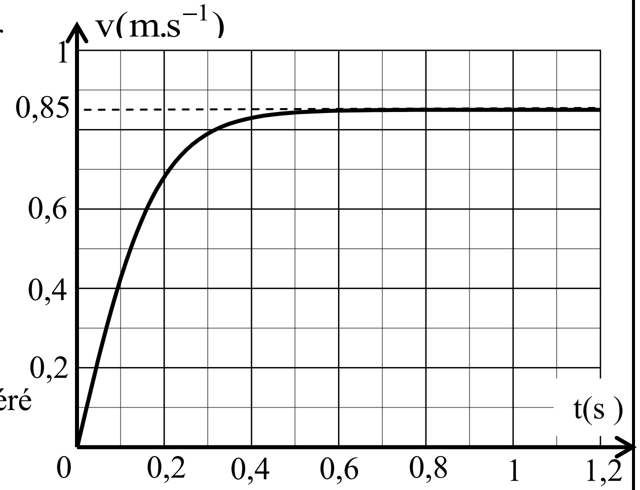


Fig 2

a- Exprimer Δt qui sépare l'arrivé des deux billes (a) et (b) au sol en fonction de t_a , t_b ,g, h et v_ℓ .

b- Calculer la valeur de Δt

Deuxième partie(2,5 points): de l'orbite circulaire basse à l'orbite circulaire haute

Johannes Kepler (1630-1571) a posé les trois lois qui permettent de décrire le mouvement des planètes et celui des satellites naturels.

Le mouvement des satellites artificiels autour de la Terre hors de l'atmosphère est gérée par les lois de Kepler.

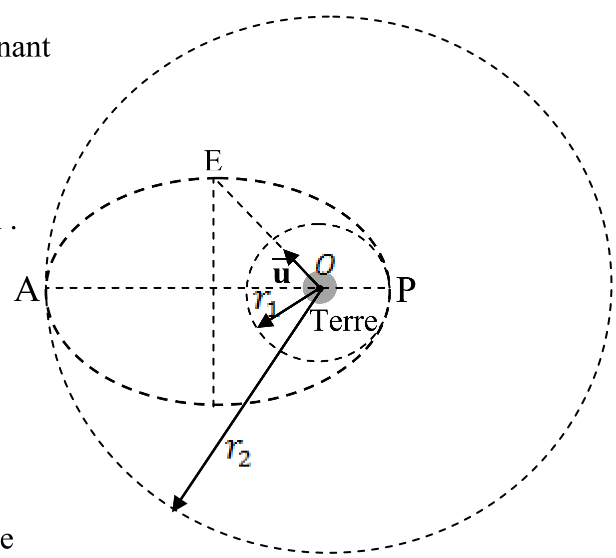
Le transfert d'un satellite artificiel terrestre (S) sur une orbite circulaire basse de rayon r_1 vere une orbite circulaire haute de rayon r_2 se fait en passant par une orbite elliptique tangente aux deux orbites circulaires comme l'indique la figure 3 . Le centre O de la Terre constitue l'un des foyers de la trajectoire elliptique .

Données : $r_1 = 6700\,km$; $r_2 = 42200\,km$; constante de gravitation universelle $G = 6,67.10^{-11} S.I$

Masse de la Terre $M_T = 6,0.10^{24}\,kg$; On rappelle la propriété de l'ellipse de foyer O et O' et de demi-grand axe a : $OM + O'M = 2a$ avec M un point appartenant à l'ellipse .

On suppose que le satellite artificiel (S) est ponctuel et n'est soumis qu'à l'attraction de la Terre et que la Terre effectue un tour complet autour de son axe de rotation en 24h .

On étudie le mouvement de (S) dans le repère géocentrique .



0, 5 **1.** En utilisant l'équation aux dimensions , déterminer la dimension de la constante G.

1 **2**- On note T_1 et T_2 les périodes respectives de sur l'orbite circulaire basse et l'orbite circulaire haute .

Exprimer T_1 en fonction de r_1 , r_2 et T_2 . Calculer la valeur de T_1 sachant (S) est géostationnaire sur l'orbite circulaire haute.

1 **3**- On considère le point E qui appartient au petit axe de la trajectoire elliptique défini par $\overrightarrow{OE} = OE.\vec{u}$ et $\|\vec{u}\| = 1$.Donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_S$ de (S) au point E en fonction de G ,M et OE . Calculer $\|\vec{a}_s\|$ au point E .

exercice 3(5,75 pts) Les deux parties sont indépendantes **2013 SR**

Première partie(3, 5 pts)

L'oscillateur harmonique est un oscillateur idéal , son évolution au cours du temps est décrite par une fonction sinusoïdale de fréquence ne dépendant que des caractéristiques du système mécanique .L'importance de ce model réside dans sa capacité de décrire l'évolution de tous système Physique oscillant autour de sa position d'équilibre stable

1- Etude dynamique

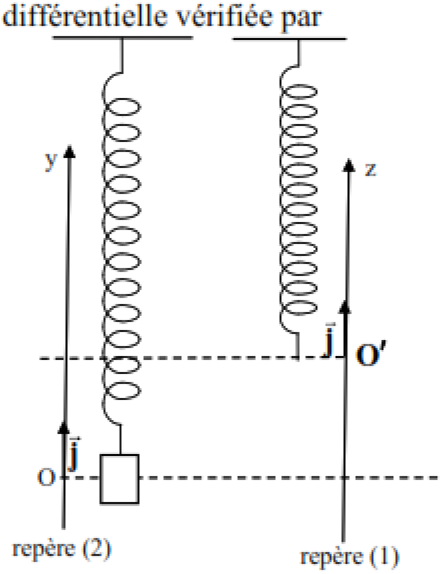
On considère un ressort à spires non jointives et constante de raideur K et de masse négligeable suspendu à un support fixe.On suspend à l'extrémité libre de ressort un corps solide (S) de masse m . On représente l'allongement du ressort à l'équilibre de (S) par $\Delta\ell_0$ et on repère la position du centre d'inertie par un axe Oy orienté vers le haut dont l' origine coïncide avec la position du centre d'inertie de (S) à l'équilibre .

On écarte (S) verticalement de sa position d'équilibre vers le bas d'une distance d = 2 cm et on le libère sans vitesse initiale à instant $t = 0$ choisi comme origine du temps.

Données : $\Delta\ell_0 = 10,0cm$, l'intensité de pesanteur $g = 9,81 N.kg^{-1}$

0,25 **1.1-** Trouver , à l'équilibre , l'expression de K en fonction de m , g et $\Delta\ell_0$.

0, 5 **1.2-** En appliquant la deuxième loi de Newton, établir que l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse y s'écrit sous la forme $\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{K}{m}y = 0$



0, 5 **1.3-** La solution de cette équation s'écrit sous la forme

$y = y_m \cos\left(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi\right)$; Déterminer la valeur de φ et de T_0 .

0, 25 **1.4-** On note F la tension du ressort . choisir la bonne réponse :

Quant l'abscisse $y \rangle 0$, on a :

a) $F \rangle mg$; **b)** $F = mg$; **c)** $F \langle mg$

2. Etude énergétique

On repère la position du centre du solide (S) à l'aide de deux repères :

- Le repère 1 : l'origine O' de l'axe coïncide avec l'extrémité libre du ressort (à vide)et l'axe $O'z$ est verticale et orienté vers le haut . On prend comme état de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur $E_{pp} = 0$ au point O'.
- Le repère 2 : l'origine O de l'axe coïncide avec la position du centre d'inertie du solide (S) à l'équilibre et l'axe Oy est verticale et orienté vers le haut . On prend comme état de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur $E_{pp} = 0$ au point O.

Pour les deux repères, on prend comme état de référence de l'énergie potentielle élastique $E_{pe} = 0$ quand le ressort est à vide.

0,7 5 **2.1-** On écarte le solide (S) verticalement vers le bas d'une distance $d \langle \Delta\ell_0$ de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale à un instant $t = 0$ choisi comme origine du temps.

Écrire l'expression de l'énergie mécanique de l'oscillateur :

a - dans le repère 1 en fonction de z , m , k , g et v vitesse du centre d'inertie.

b - dans le repère 2 en fonction de y , m , K, $\Delta\ell_0$ et v vitesse du centre d'inertie .

c- dans quel repère l'expression de l'énergie mécanique ne dépend pas de l'énergie potentielle de pesanteur

0,7 5 **2.2-** On écarte verticalement (S) de sa position d'équilibre vers Le bas d'une distance $d = 2cm$ et on le lance vers le haut avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$, le solide (S) effectue alors des oscillations Verticales autour de sa position d'équilibre d'amplitude $D = 7\,cm$.

Sachant que l'énergie mécanique de l'oscillateur se conserve ; Trouver l'expression de $\mathbf{v}_0$ **en fonction de** g , $\Delta\ell_0$, d **et** D .Calculer $\mathbf{v}_0$.

Deuxième partie (2,25 pts)

Le savant Planck a supposé que les échanges énergétiques entre la matière et un rayonnement monochromatique de fréquence ν ne peux se faire qu'en quantité déterminé .

En 1905 Einstein à introduit la notion de photon en tant que particule de masse nulle et d'énergie $E = h\nu$.

L'énergie de l'atome d'hydrogène est exprimée par la relation $E_n = -\frac{13,6}{n^2}(eV)$

avec n le nombre principal indiquant la couche ou se trouve l'électron.

Le diagramme ci-dessous donne les transitions possibles de l'électron de l'atome d'hydrogène

Données : Constante de Planck $h = 6,63.10^{-34} J.s$; célérité de la lumière dans le vide $c = 3,00.10^{8} m.s^{-1}$

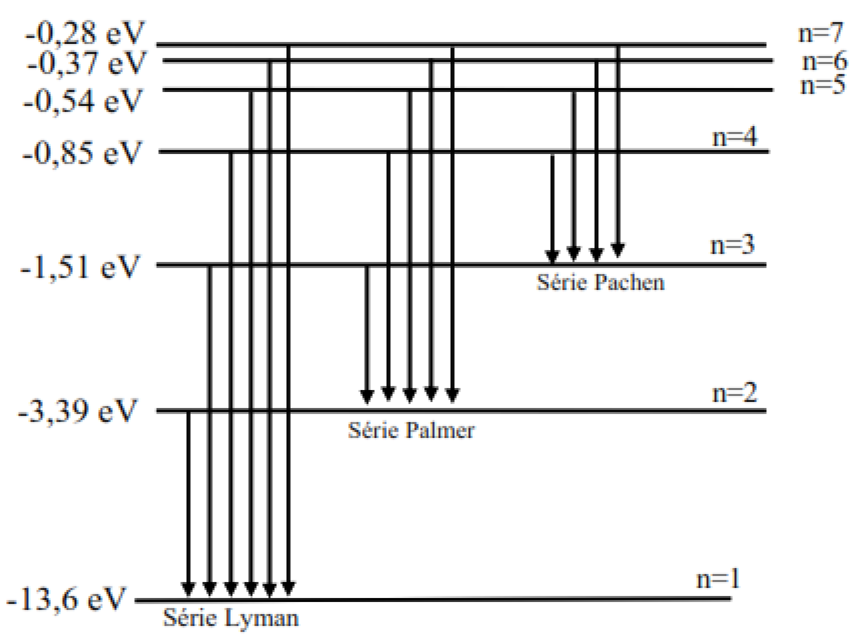
$1eV = 1,602.10^{-19} J$.

On expose les atomes d'hydrogène dans leurs états fondamentales à des photons d'énergie successives $1,51\,eV$ et $12,09\,eV$.

1 1- Décrire à partir de ce diagramme ce qui se produit ?

0, 5 2- Calculer la longueur d'onde λ du rayonnement émis lors de la transition de l'électron du niveau d'énergie $n = 2$ au niveau d'énergie $n = 1$

0,7 5 3- La longueur d'onde λ du rayonnement émis lors de la transition du niveau énergétique m au niveau énergétique n est $\lambda = 489\,nm$. Déterminer m et n



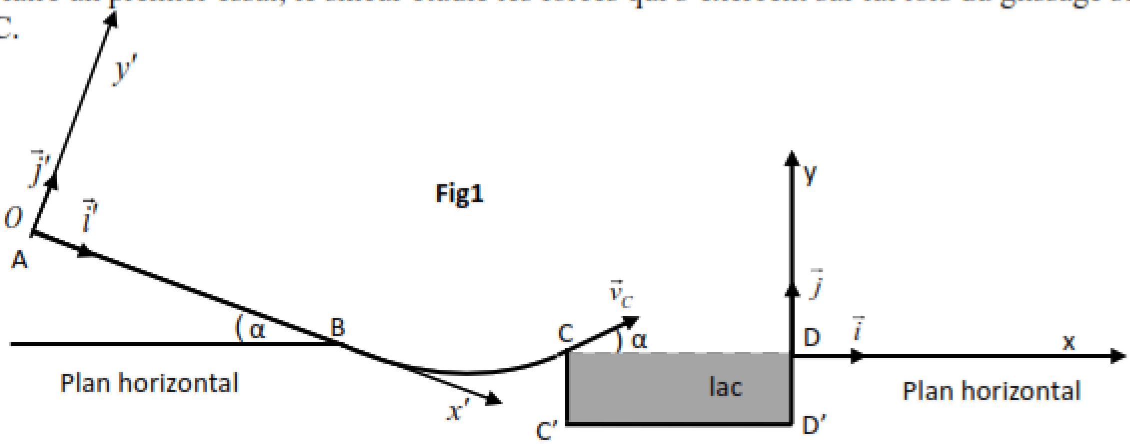
2014 SN

EXERCICE 3 (5,5 points) : les deux parties sont indépendantes

PREMIERE PARTIE (3points) : étude du mouvement d'un skieur

Un skieur veut s'exercer sur une piste modélisée par la figure 1.

Avant de faire un premier essai, le skieur étudie les forces qui s'exercent sur lui lors du glissage sur la piste ABC.



Données

- Intensité de pesanteur g = 9,8 m /s².
- AB est un plan incliné d'un angle $\alpha = 20^0$ par rapport au plan horizontal passant par le point B.

- La largeur du lac C'D'= L = 15m.

On modélise le skieur et ses accessoires par un solide (S) de masse m=80kg et de centre d'inertie G.

On considère sur la partie AB que les frottements ne sont pas négligeables et on les modélise par une force constante .

1. Etude des forces appliquées sur le skieur entre A et B

Le skieur part du point A d'abscisse $x'_A = 0$ dans le repère $(O, \vec{i}\,', \vec{j}\,')$ sans vitesse initiale à un instant que l'on considère comme origine des temps t=0s (Fig1). Le skieur glisse sur le plan incliné AB suivant la ligne de la plus grande pente avec une accélération constante **a** et passe par le point B avec une vitesse $V_B = 20\,m/s$.

0,5 **1-1** En appliquant la deuxième loi de Newton, trouver en fonction de α , **a** et g l 'expression du coefficient de frottement $\tan\varphi$.Avec φ l'angle de frottement, défini par la normale à la trajectoire et la direction de la force appliquée par le plan incliné sur le skieur.

0,5 **1-2** A l'instant $t_B = 10s$ le skieur passe par le point B ; Calculer la valeur de l'accélération **a** .En déduire la valeur du coefficient de frottement $\tan\varphi$.

0,75 **1-3** Montrer que l'intensité de la force $\vec{R}$ exercée par le plan AB sur le skieur s'écrit sous la forme :

$R = mg.\cos\alpha.\sqrt{1+(\tan\varphi)^2}$; Calculer R.

2. L'étape du saut

A l'instant t=0 que l'on considère comme une nouvelle origine des temps, le skieur quitte la partie BC au point C avec une vitesse v_C dont le vecteur $\vec{v}_C$ forme l'angle $\alpha = 20°$ avec le plan horizontal.

Lors du saut , les équations horaires du mouvement de (S) dans le repère $(D, \vec{i}, \vec{j})$ sont :

$$\begin{cases} x(t) = v_C.\cos\alpha.t - 15 \\ y(t) = -\dfrac{g}{2}.t^2 + v_C \sin\alpha.t \end{cases}$$

0,5 **2-1** Déterminer dans le cas où $v_C = 16,27\,m.s^{-1}$ les coordonnées du sommet de la trajectoire de (S).

0,75 **2-2** Déterminer en fonction de g et α la condition que doit vérifier la vitesse v_C pour que le skieur ne tombe pas dans le lac.

En déduire la valeur minimale de cette vitesse .

DEUXIEME PARTIE (2,5points) : Etude énergétique d'un pendule pesant

L'objectif de cette partie est la détermination de la position du centre d'inertie G d'un système oscillant et son moment d'inertie J_Δ à l'aide d'une étude énergétique et dynamique .

Un pendule pesant de centre d'inertie G, est constitué d'une barre AB de masse $m_1 = 100g$ et d'un corps (C) de masse $m_2 = 300g$ fixé a l'extrémité B de la barre.

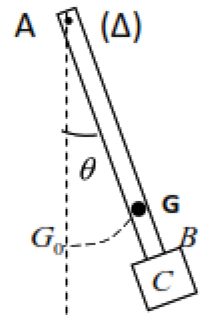


Fig2

Le pendule pesant peut tourner autour d'un axe fixe horizontal (Δ) passant par l'extrémité A ($fig2$).Le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe (Δ) est J_Δ.

AG = d est la distance entre le centre d'inertie et l'axe de rotation.

On écarte le pendule de sa position d'équilibre stable d'un angle θ_m petit et on le libère sans vitesse initiale à un instant considéré comme origine des temps$(t = 0s)$, le pendule effectue alors un mouvement oscillatoire autour de sa position d'équilibre.

On considère que tous les frottements sont négligeables et on choisit le plan Horizontal passant par le point G_0, position de G à l'équilibre stable, comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur$(E_{pp} = 0)$. On repère à chaque instant la position du pendule pesant par son abscisse angulaire θ formé par la barre et la ligne verticale passant par le point A , on note $\frac{d\theta}{dt}$ la vitesse angulaire du pendule pesant à un instant t.

La figure 3 représente la courbe de l'évolution de l'énergie cinétique E_c du pendule pesant en fonction du carré de l'abscisse angulaire θ^2.

on prend $\cos(\theta) = 1 - \frac{\theta^2}{2}$ et $\sin(\theta) \approx \theta$ avec θ en radian.

L'intensité de la pesanteur est g = 9,8m.s^{-2}.

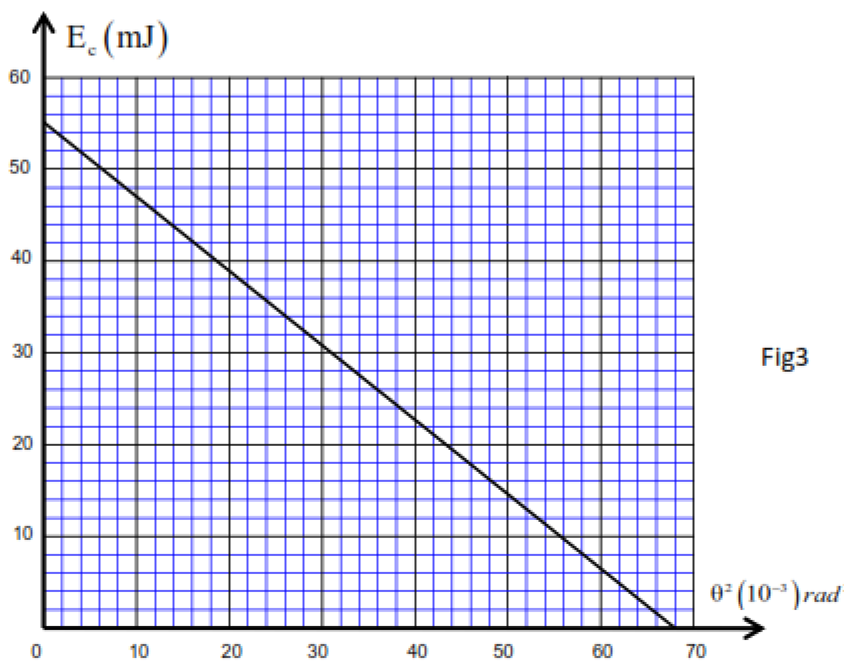


Fig3

SM

1. Détermination de la position du centre d'inertie G du système

0,75 **1-1** Soit E_m l'énergie mécanique du pendule pesant dans le cas de petites oscillations ;

Montrer que $\dfrac{E_m}{\theta_m^2} = \dfrac{(m_1+m_2).g.d}{2}$.

0,5 **1-2** A l'aide du graphe de la figure 3, déduire la valeur de d .

2. Détermination du moment d'inertie J_Δ

0,5 **2-1** Trouver en appliquant la relation fondamentale de la dynamique, l'équation différentielle du mouvement du pendule pesant.

0,5 **2-2** Trouver l'expression de la fréquence propre N_0 de ce pendule en fonction de J_Δ, m_1, g , m_2 et d pour que la solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme $\theta(t) = \theta_m \cos(2\pi N_0 t + \varphi)$.

0,25 **2-3** Sachant que la valeur de la fréquence propre est $N_0 = 1Hz$. Calculer J_Δ .

EXERCICE 3 (5,5points) 2014 SR

PREMIERE PARTIE(2,75points) : Etude du mouvement d'une bille dans un fluide visqueux

On étudie le mouvement d'une bille en acier dans un fluide visqueux contenu dans une éprouvette graduée (fig1).

La figure (1) donne une idée sur le montage utilisé sans tenir compte de l'échelle.

On libère la bille sans vitesse initiale à un instant t = 0 et au même instant commence la saisie des images par un webcam reliée à un ordinateur. La position instantanée du centre d'inertie G est repérée sur un axe vertical Ox orienté vers le bas et de vecteur unitaire $\vec{i}$;fig (1). A t=0 , le centre d'inertie G est au point G_0 d'abscisse x=0.

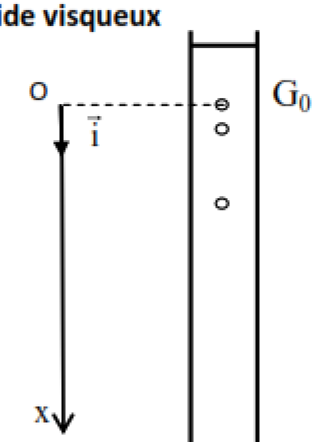


Fig1

On représente à chaque instant le vecteur vitesse du centre d'inertie de la bille par $\vec{v} = v.\vec{i}$.
L'analyse de la vidéo obtenue à l'aide d'un logiciel approprié permet de calculer à chaque instant t la vitesse v du centre d'inertie de la bille .La courbe de la figure 2 représente l'évolution de v au cours du temps.

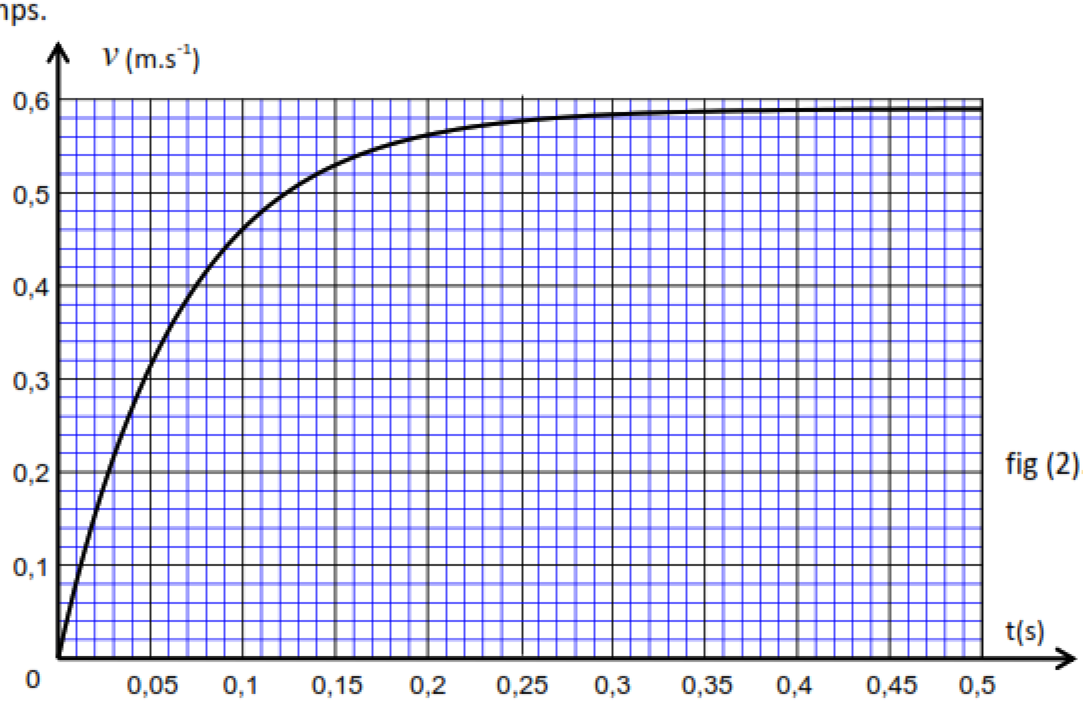


fig (2).

On représente par V et **m** respectivement le volume et la masse de la bille et par ρ_a et ρ_s respectivement la masse volumique de la bille et celle de du liquide visqueux et par g l'intensité de pesanteur .

Au cours de sa chute , la bille est soumise à :

-La force de frottement fluide : $\vec{f} = -h.v.\vec{i}$; h est le coefficient de frottement visqueux.

-La poussée d'Archimède : $\vec{F} = -\rho_s.V.\vec{g}$;

-Son poids : $m\vec{g} = -\rho_a.V.\vec{g}$.

0,5 1- Al 'aide de la courbe de la figure (2) , montrer l'existence d'une vitesse limite et déterminer sa valeur expérimentale .

0,25 2- Représenter , sur un schéma sans échelle ,les vecteurs forces appliqués sur la bille en mouvement dans le fluide.

0,5 3- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v(t) et montrer qu'elle, s'écrit sous la forme

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{h}{m}.v + \alpha.g$$ en précisant l'expression de α .

0,25 4- Vérifier que la fonction $v(t) = \alpha.g.\frac{m}{h}\left[1 - e^{-\frac{h}{m}}\right]$ est solution de cette équation différentielle.

0,75 5- Montrer ,à partir de l'équation différentielle ou à partir de sa solution l'existence d'un e vitesse limite et calculer sa valeur et la comparer avec la valeur trouvée expérimentalement .

On donne : $m = 5,0g$; $g = 9,81 m.s^{-2}$; $h = 7,60.10^{-2} kg.s^{-1}$; $\alpha = 0,92$.

0,5 6-Déterminer à l'aide de l'analyse dimensionnelle l'unité de $\frac{m}{h}$ et déterminer sa valeur à partir de l'enregistrement.

DEUXIEME PARTIE (2,75points): Etude énergétique d'un oscillateur libre amorti

L'objectif de cet exercice est l'étude d'un oscillateur mécanique constitué d'un ressort à spire non jointive, de masse négligeable et de constante de raideur $k = 20 N.m^{-1}$ et un solide de masse $m = 200g$.

On néglige les frottements et on prend $g = 9,81 N.kg^{-1}$.

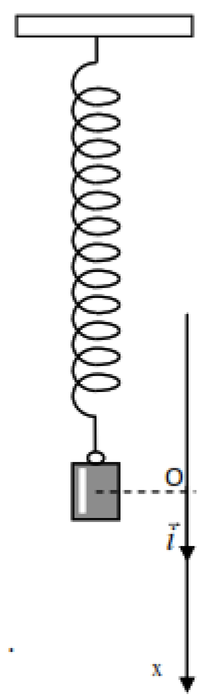


Fig1

1- Oscillations libres non amorties

On repère la position du solide par l'abscisse x sur l'axe verticale $(O,\vec{i})$ orienté vers le bas.(fig1). L'origine de l'axe est confondu avec G_0 position du centre d'inertie G à l'équilibre. A l'instant t=0 , on lance le solide avec une vitesse initiale vers le bas $\vec{v}_0 = v_0.\vec{i}$ de norme $v_0 = 0,50 m.s^{-1}$.

0,25 1.1- Trouver l'allongement $\Delta\ell_e$ du ressort à l'équilibre.

0,25 1.2- Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse x au cours du temps .

0,5 1.3- La solution d l'équation différentielle s'écrit sous la forme $x(t) = x_m \cos(\frac{2\pi.t}{T_0} + \varphi)$.

Déterminer la valeur des constantes φ et x_m .

2- Energie de l'oscillateur

Les états de référence de l'énergie :

-Energie potentielle de pesanteur : $E_{pp} = 0$ dans le plan horizontal contenant G_0 ;

- Energie potentielle élastique : $E_{pe} = 0$ quand le ressort n'est pas déformé.

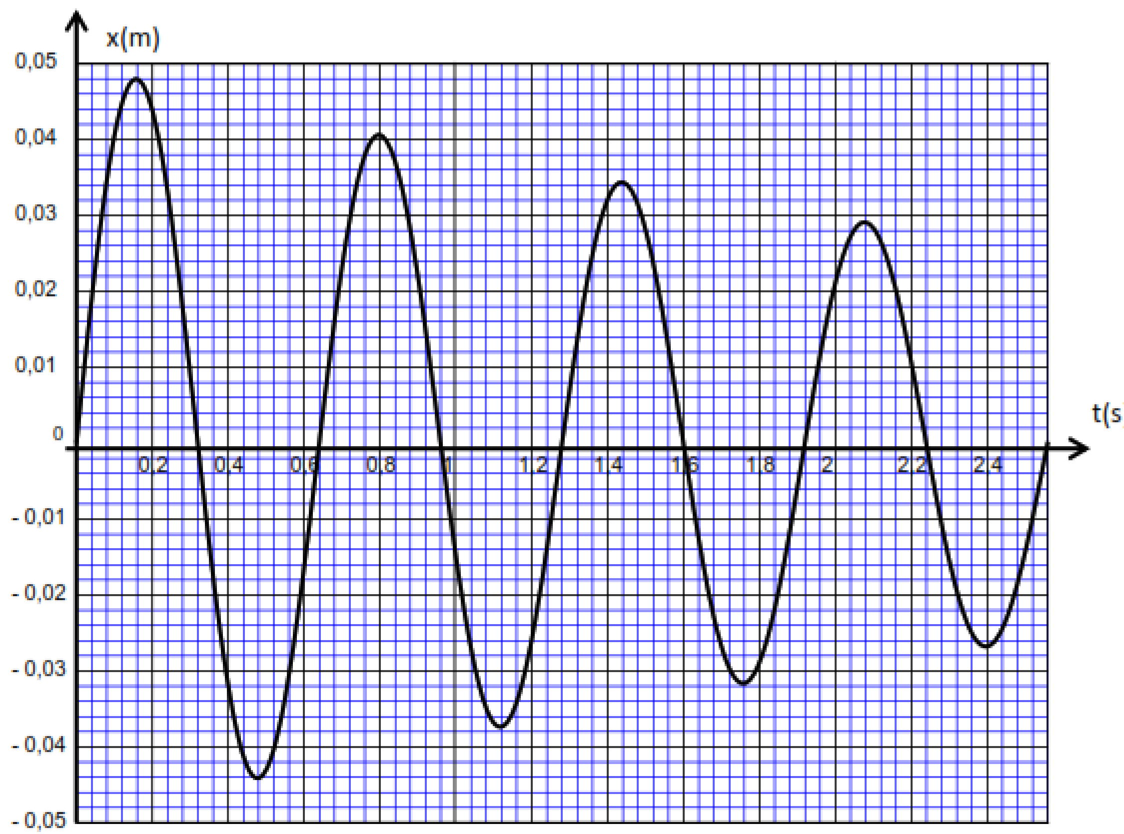
0,25 2.1- Trouver l'expression de l'énergie potentielle de l'oscillateur en fonction de k , $\Delta\ell_e$, x , g et m.

0,5 2.2-Trouver , à partir de l'énergie mécanique , l'expression de la vitesse du centre d'inertie G au passage par la position de l'équilibre dans le sens positif en fonction de k , x_m et m.

3- Oscillations libres amorties

L' enregistrement du mouvement de l'oscillateur (fig2) à l'aide d'un oscillateur montre que l'amplitude des oscillations varie au cours du temps.

fig2



0,25 3.1- Justifier la diminution de l'amplitude des oscillations .

0,75 3.2- La pseudo-période T dans le cas d'amortissement faible s'exprime par la relation

$T = \dfrac{T_0}{\sqrt{1-\left(\dfrac{\mu.T_0}{4\pi.m}\right)^2}}$ .Déterminer ,à l'aide du graphe , le coefficient d'amortissement μ .

.

Mécanique (5,5 points) **2015 SN**

Les parties I et II sont indépendantes

Partie I : Etude de la chute verticale d'une bille avec frottement

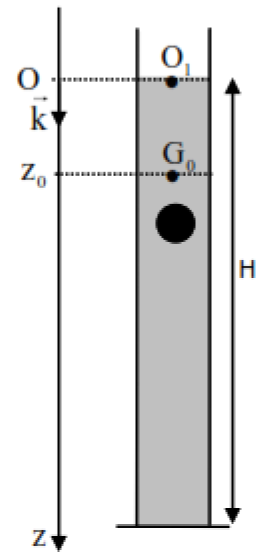
On se propose , dans cette partie, d'étudier le mouvement du centre d'inertie G d'une bille, homogène de masse m , dans une éprouvette remplie d'un liquide visqueux.

On repère la position de G à tout instant par la coordonnée z de l'axe vertical $(O,\vec{k})$ dirigé vers le bas. L'origine de l'axe est confondue avec le point O_1 de la surface libre du liquide.

A l'instant de date t_0 , prise comme origine des dates $(t_0 = 0)$, on lâche la bille sans vitesse initiale d'une position où G est confondu avec G_0 de coordonnée $z_0 = 3\text{cm}$. (figure ci-dessous).

Au cours de sa chute dans le liquide, la bille est soumise, en plus de son poids, à :

- la force de frottement fluide : $\vec{f} = -\lambda.v.\vec{k}$ où λ est le coefficient de frottement fluide et v la vitesse de G à un instant t ;
- la poussée d'Archimède: $\vec{F} = -\rho_\ell.V_S.\vec{g}$ où g est l'intensité de la pesanteur, V_S le volume de la bille et ρ_ℓ la masse volumique du liquide.



On prend : $g = 9{,}8\,\text{m.s}^{-2}$; $\dfrac{\lambda}{\rho_S.V_S} = 12{,}4$ S.I ; $\dfrac{\rho_\ell}{\rho_S} = 0{,}15$;

ρ_S est la masse volumique de la matière constituant la bille .

0,5 **1-** Montrer que l'équation différentielle régissant la vitesse de G s'écrit :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{\lambda}{\rho_S V_S} v = g\left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right).$$

0,25 **2-** Déterminer la valeur a_0 de l'accélération de G à l'instant $t_0 = 0$.

0,25 **3-** Trouver la valeur v_ℓ de la vitesse limite du mouvement de G .

1 **4-** Soient v_1 la valeur de la vitesse de G à l'instant $t_1 = t_0 + \Delta t$ et v_2 sa valeur à l'instant $t_2 = t_1 + \Delta t$ avec Δt le pas de calcul. En utilisant la méthode d'Euler, montrer que : $\dfrac{v_2}{v_1} = 2 - \dfrac{\Delta t}{\tau}$ où τ représente le temps caractéristique du mouvement : $\tau = \dfrac{\rho_S.V_S}{\lambda}$ .Calculer v_1 et v_2 .On prend $\Delta t = 8.10^{-3}\,\text{s}$.

0,25 **5-** La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme $v = v_\ell.\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$; déterminer la valeur de la date t_ℓ à laquelle la vitesse de G atteint $99\,\%$ de sa valeur limite.

0,75 **6-** Trouver la distance d parcourue par la bille pendant le régime transitoire, sachant que la hauteur H du liquide dans l'éprouvette est $H = 79{,}6\,\text{cm}$ et que la durée du mouvement de la bille dans le liquide à partir de G_0 jusqu'au fond de l'éprouvette est $\Delta t_f = 1{,}14\,\text{s}$. (on considère que le régime permanent est atteint à partir de t_ℓ et on néglige le rayon de la bille devant H).

Partie II : Etude énergétique d'un pendule élastique

Le pendule élastique est un système mécanique effectuant un mouvement oscillatoire autour de sa position d'équilibre stable.
Le but de cette partie est de déterminer quelques grandeurs liées à cet oscillateur par une étude énergétique.

Le pendule élastique étudié est constitué d'un solide (S), de centre d'inertie G et de masse $m = 100\,g$, attaché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K. L'autre extrémité du ressort est fixée à un support fixe.
Le solide (S) peut glisser sans frottement sur la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^0$ par rapport au plan horizontal (fig.1).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$ lié au référentiel terrestre considéré comme galiléen. On repère la position de G à un instant t par l'abscisse x sur l'axe $(O,\vec{i})$.
A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère (fig.1).
On prendra $\pi^2 = 10$.

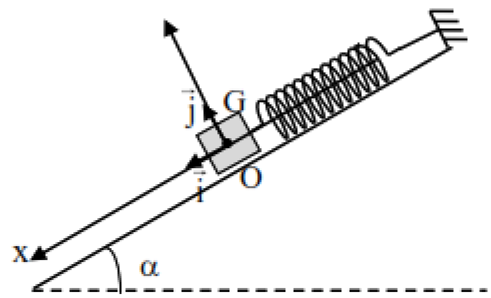


Figure1

0,25 **1**-Déterminer, à l'équilibre, l'expression de l'allongement $\Delta\ell_0$ du ressort en fonction de K, m, α et de g l'intensité de la pesanteur.

2-On écarte (S) de sa position d'équilibre d'une distance X_0 dans le sens positif et on l'envoie à l'instant de date t=0 avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ telle que $\vec{V}_0 = -V_0\vec{i}$.

0,75 **2.1** On choisit comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal auquel appartient G à l'équilibre : $(E_{pp}(O) = 0)$ et comme référence de l'énergie potentielle élastique l'état où le ressort est allongé à l'équilibre : $(E_{pe}(O) = 0)$. Trouver, à un instant t, l'expression de l'énergie potentielle $E_p = E_{pp} + E_{pe}$ de l'oscillateur en fonction de x et de K.

0,25 **2.2-** A partir de l'étude énergétique, établir l'équation différentielle régie par l'abscisse x.

2.3- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $x(t) = X_m.\cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$.

(T_0 étant la période propre de l'oscillateur).
La courbe de la figure 2 représente l'évolution de l'énergie potentielle E_p de l'oscillateur en fonction du temps.

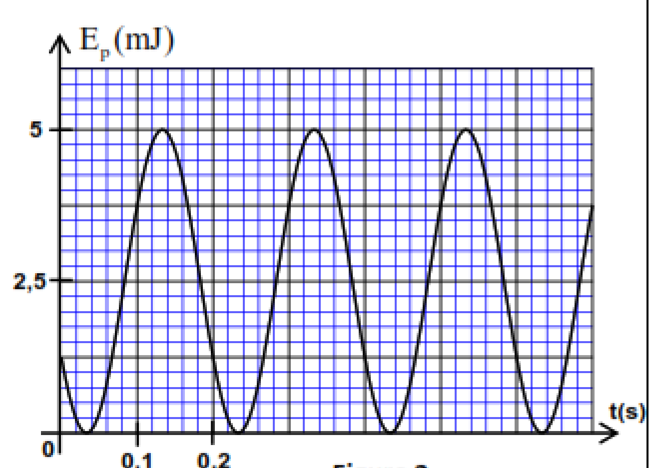


Figure 2

0,75 **2.3.1**-Trouver la valeur de la raideur K, de l'amplitude X_m et de la phase φ.

0,5 **2.3.2-**Par étude énergétique, trouver l'expression de V_0 en fonction de K, m et X_m

Mécanique (5,5 points) **Les parties I et II sont indépendantes** **2015 *SR***

Partie I : Mouvement d'une balle de tennis dans un champ de pesanteur uniforme

Le tennis est un sport qui a des règles codifiées. En simple messieurs, il est pratiqué par deux joueurs dont l'un se trouve dans une zone (A) et l'autre dans une zone (B). Les deux zones ont chacune une longueur L et sont séparées par un filet. Au cours du match, chaque joueur tente de faire tomber la balle de tennis dans la zone de l'adversaire.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G d'une balle de tennis dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{k})$ lié à un référentiel terrestre que l'on considérera comme galiléen.

Le joueur se trouvant dans la zone (A) tente de faire passer la balle au dessus de son adversaire se trouvant dans la zone (B), à une distance d du filet. Pour cela il renvoie la balle, à un instant choisi comme origine des dates $(t=0)$, du point O avec une vitesse initiale $\vec{V_0}$ qui forme un angle α avec l'horizontale. Le point O se trouve à une distance D du filet et à une hauteur h de la surface du sol (figure ci- dessous).

Données :

- On néglige les frottements et les dimensions de la balle, et on prend $g=9{,}8\,m.s^{-2}$.
- $d=1m$; $D=13m$; $h=0{,}7m$; $L=12m$.
- $V_0=13\,m.s^{-1}$; $\alpha=45^\circ$.

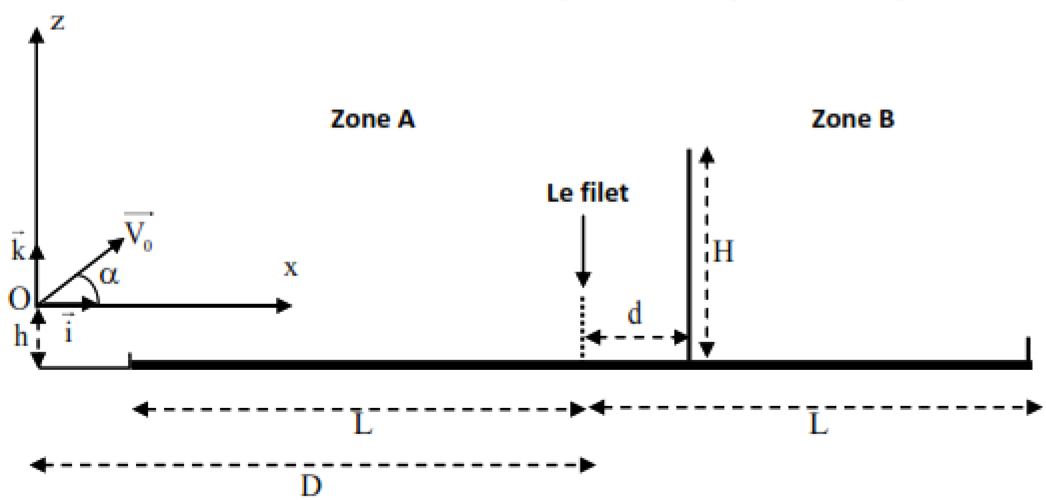
0,5 **1-** Etablir l'expression numérique $z=f(x)$ de l'équation de la trajectoire du centre d'inertie G .

0,5 **2-** Sachant que le joueur se trouvant dans la zone (B) tient sa raquette dans une position verticale et que l'extrémité supérieure de la raquette se trouve dans le plan du mouvement à une hauteur $H=3m$ de la surface du sol .Est ce que le joueur peut intercepter la balle dans cette situation ?

0,5 **3-** Montrer que la balle tombe dans la zone (B).

0,75 **4-** Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse de G à l'instant où la balle frappe le sol, En déduire sa direction par rapport à l'horizontale.

0,5 **5-** Déterminer, pour le même angle $\alpha=45^\circ$, les deux valeurs limites de la vitesse initiale V_0 , avec laquelle le joueur doit renvoyer la balle du point O pour que la balle frappe le sol dans la zone (B) en passant au dessus de l'adversaire situé dans la même position indiquée dans la question 2 .



Partie II : Etude du mouvement d'un pendule pesant

On réalise une étude expérimentale en utilisant un pendule pesant, de centre d'inertie G et de masse m, constitué d'une tige et d'un corps solide (S). Ce pendule peut effectuer un mouvement de rotation autour d'un axe horizontal (Δ) fixe passant par l'extrémité O de la tige (figure 1 page 8/8).

On désigne par J_Δ le moment d'inertie du pendule pesant par rapport à l'axe (Δ) et par L la distance séparant G de l'axe (Δ) .

Pour créer un amortissement, on utilise des plaques légères de masse négligeable et de surfaces différentes.

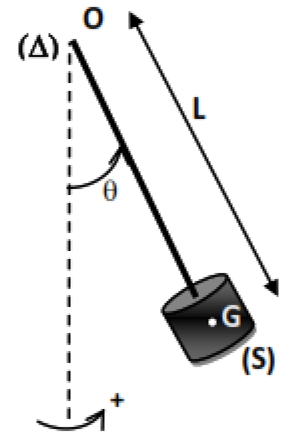


Figure 1

Données : - $g = 9,8\,m.s^{-2}$; $m = 400\,g$; $L = 50\,cm$

- Pour les oscillations de faible amplitude on prendra : $\sin\theta = \theta$ et $\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$ avec θ en radian .

On réalise trois expériences :

-Dans une première expérience, on fixe sur la tige une plaque de surface S_1.

-Dans une seconde expérience, on fixe sur la tige une plaque de surface S_2 supérieure à S_1.

-Dans une troisième expérience, aucune plaque n'est fixée sur la tige.

Pour chacune des trois expériences, on écarte le pendule de sa position d'équilibre stable, dans le sens positif, d'un angle θ_m très petit, puis on le lâche sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$.

On repère à chaque instant la position du pendule par l'abscisse angulaire θ (fig.1).

L'étude expérimentale ainsi que le traitement des données avec un logiciel approprié , ont permis d'obtenir les courbes représentant l'évolution de l'abscisse angulaire θ en fonction du temps.(figure 2)

1- Cas du régime périodique :

0,5 **1-1-** Etablir dans ce cas, en appliquant la relation fondamentale de la dynamique dans le cas de la rotation, l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse angulaire θ .

0,25 **1-2-**Déterminer l'expression de la période propre T_0 du pendule en fonction de m , g , L et J_Δ en considérant que l'expression $\theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$ est solution de l'équation différentielle.

0,25 **1-3-** Vérifier par une analyse dimensionnelle que l'expression de T_0 a la dimension du temps.

0,25 **1-4-** Déterminer la valeur de J_Δ .

0,75 **1-5-** Déterminer l'expression de l'énergie cinétique de l'oscillateur en fonction de θ , θ_m , L , g et m. Calculer sa valeur lors du passage de l'oscillateur par sa position d'équilibre.

0,75 **2- Cas du régime pseudopériodique :**

Déterminer dans ce cas la variation de l'énergie mécanique de l'oscillateur entre l'instant $t = 0$ et l'instant $t = t_1$ (fig. 2).

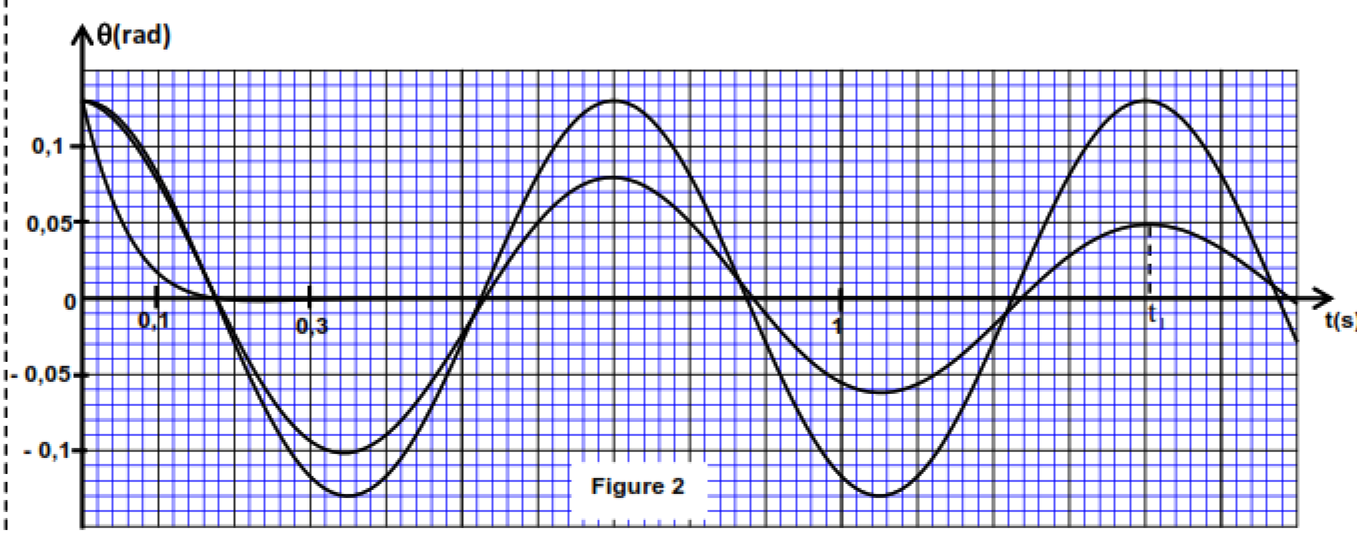


Figure 2

Mécanique(5,5points) : ***2016 SN*** **Les parties I et II sont indépendantes**

PartieI : Etude de la chute de deux boules dans l'air

Galilée, homme de sciences italien, s'intéressa à l'étude de la chute de divers corps. Selon la légende , il aurait effectué cette étude en lâchant ces corps du sommet de la tour de Pise.
Pour vérifier certains résultats avancés par Galilée, on se propose d'étudier dans cette partie la chute dans l'air de deux boules ayant le même rayon et des masses volumiques différentes .
L'étude du mouvement de chaque boule s'effectue dans un repère $R(O,\vec{k})$ associé à un référentiel terrestre supposé galiléen. On repère, à chaque instant, la position du centre d'inertie de chacune des deux boules par la côte z sur l'axe vertical $(O,\vec{k})$ orienté vers le haut et dont l'origine est prise au niveau du sol (figure 1).
Chaque boule est soumise, durant sa chute, à son poids $\vec{P}$ et à la force de frottement fluide $\vec{f}$ (On néglige la poussée d'Archimède devant ces deux forces).

On admet que l'intensité de la force $\vec{f}$ s'écrit : $f=0,22.\rho_{air}.\pi.R^2.v_z^2$ où ρ_{air} est la masse volumique de l'air , R le rayon de la boule et v_z la valeur algébrique de la vitesse du centre d'inertie G de la boule à un instant t .

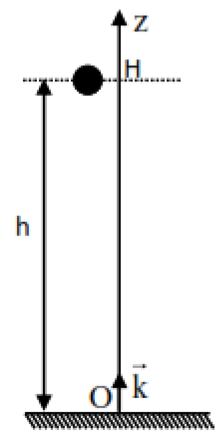


Figure 1

Données :

- Le volume d'une boule de rayon R est $V=\frac{4}{3}.\pi.R^3$,
- L'intensité de la pesanteur $g=9,8\,m.s^{-2}$,
- La masse volumique de l'air $\rho_{air}=1,3\,kg.m^{-3}$.

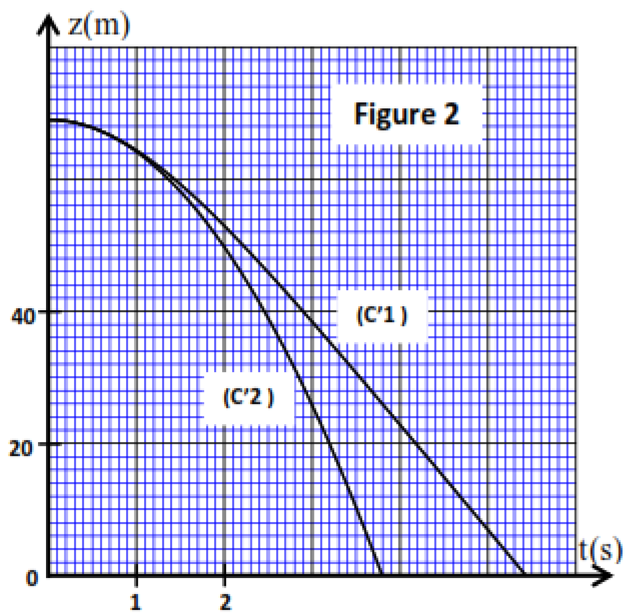
Cette étude est effectuée avec deux boules (a) et (b) homogènes ayant le même rayon $R=6\,cm$ et des masses volumiques respectives $\rho_1=1,14.10^4\,kg.m^{-3}$ et $\rho_2=94\,kg.m^{-3}$.
Les deux boules sont lâchées au même instant $t=0$, sans vitesse initiale, du même plan horizontal auquel appartient le point H. Ce plan est situé à une hauteur $h=69\,m$ du sol (figure 1).

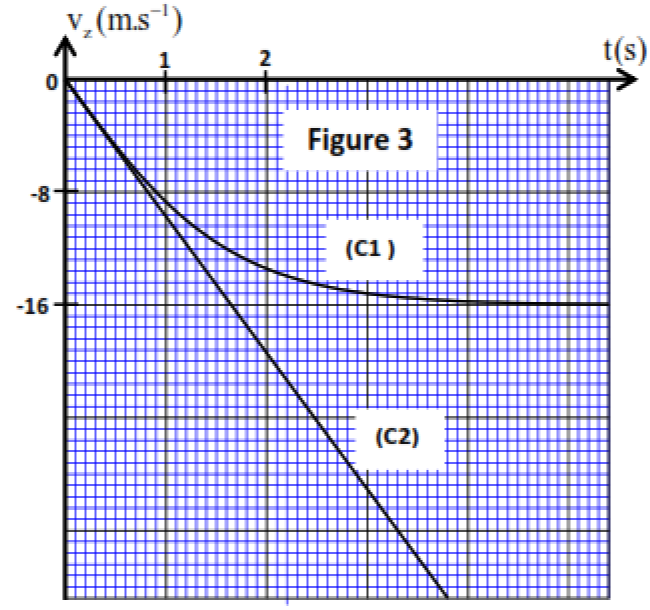
0,5 **1-**Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v_z du centre d'inertie d'une boule s'écrit : $\frac{dv_z}{dt}=-g+0,165.\frac{\rho_{air}}{R.\rho_i}.v_z^2$, où ρ_i désigne la masse volumique de la boule (a) ou (b) .

0,5 **2-**Déduire l'expression de la vitesse limite du mouvement d'une boule .

3-Les courbes obtenues sur les figures 2 et 3 représentent l'évolution de la côte $z(t)$ et de la vitesse $v_z(t)$ du centre d'inertie G de chacune des deux boules, au cours de la chute.

SM





0,25	**3-1-** Montrer, à l'aide de l'expression de la vitesse limite, que la courbe (C1) correspond aux variations de la vitesse de la boule (b).
0,25	**3-2-**Expliquer pourquoi la courbe (C'2) correspond aux variations de la côte de la boule (a).
0,75	**4-**Déterminer, à l'aide de la courbe (C2), la nature du mouvement de la boule (a) et écrire son équation horaire $z(t)$.
0,25	**5-** Déterminer la différence d'altitude d entre les centres d'inertie des deux boules à l'instant où la première boule touche le sol (On néglige les dimensions des deux boules).
0,75	**6-** Sachant que la valeur algébrique de la vitesse de la boule (b) à l'instant de date t_n est $v_{zn} = -11,47\, m.s^{-1}$, trouver, en utilisant la méthode d'Euler, la valeur de l'accélération a_{zn} du mouvement à l'instant de date t_n et la vitesse $v_{z(n+1)}$ à l'instant de date t_{n+1}. On prend le pas du calcul $\Delta t = 125\, ms$.

Partie II: Etude du mouvement d'un pendule de torsion

Cet exercice a pour objectif d'étudier le mouvement d'un pendule de torsion et de déterminer quelques grandeurs liées à ce mouvement.

On dispose d'un pendule de torsion constitué d'un fil métallique , de constante de torsion C et d'une tige MN homogène fixée en son centre d'inertie G à l'une des extrémités du fil. L'autre extrémité du fil est fixée en un point P d'un support (figure 4).

La tige peut effectuer un mouvement de rotation sans frottement autour de l'axe (Δ) confondu avec le fil métallique. Le moment d'inertie de la tige MN par rapport à cet axe est $J_{\Delta}=4.10^{-4}\,kg.m^2$.

On étudie le mouvement du pendule dans un repère lié à un référentiel terrestre supposé galiléen. On repère la position de la tige MN à chaque instant t par son abscisse angulaire θ par rapport à sa position d'équilibre stable(figure 4).

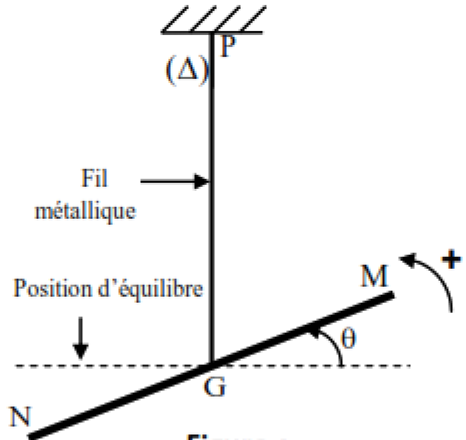


Figure 4

On choisit la position d'équilibre stable comme référence de l'énergie potentielle de torsion $(E_{pt}=0)$ et le plan horizontal passant par G comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur $(E_{pp}=0)$.

On prendra $\pi^2=10$.

Le pendule effectue des oscillations d'amplitude $\theta_m=\dfrac{\pi}{4}\,rad$. L'étude expérimentale a permis d'obtenir la courbe de la figure 5 représentant les variations de la vitesse angulaire de l'oscillateur en fonction du temps.

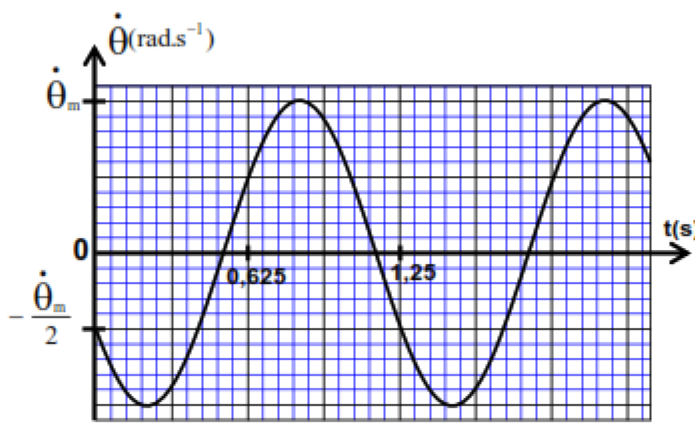


Figure 5

0,25 **1-** En appliquant la relation fondamentale de la dynamique dans le cas de la rotation, établir l'équation différentielle du mouvement du pendule.

2-La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme : $\theta(t)=\theta_m.\cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ où T_0 est la période propre du pendule.

0,75 **2-1-** Montrer que l'expression numérique de la vitesse angulaire , exprimée en $rad.s^{-1}$, s'écrit : $\dot{\theta}(t)=4.\sin\left(1,6\pi\,t+\dfrac{7\pi}{6}\right)$.

0,5 **2-2-**Déterminer la valeur de la constante de torsion C du fil.

0,75 **3-**Trouver la valeur de l'énergie mécanique de l'oscillateur et en déduire la valeur de son énergie potentielle à l'origine des dates $t=0$.

Mécanique :(5,5 points) ***2016 SR*** **Les parties I et II sont indépendantes**

Partie I : Etude de l'action d'un champ électrostatique uniforme et d'un champ magnétique uniforme sur un faisceau d'électrons

J.J.Thomson, physicien anglais, étudia l'action d'un champ électrostatique uniforme et l'action d'un champ magnétique uniforme sur un faisceau d'électrons homocinétiques de vitesse $\overrightarrow{V_0}$, pour déterminer la charge massique $\frac{e}{m}$ de l'électron avec m la masse de l'électron et e la charge élémentaire.

On se propose dans cette partie de déterminer ce rapport en se basant sur deux expériences.

On considère que le mouvement de l'électron se fait dans le vide et que son poids n'a pas d'influence sur le mouvement.

1-Expérience 1 :

Un faisceau d'électrons produit par un canon à électrons arrivant en O avec la vitesse $\overrightarrow{V_0}=V_0\vec{i}$ est alors soumis, au cours de son mouvement le long de la distance d à l'action d'un champ électrostatique $\vec{E}$ uniforme crée par deux plaques planes (P) et (P') orthogonales au plan (xOy) et distantes de ℓ (figure 1).

On désigne par $U=V_p-V_{p'}$ la différence de potentiel entre (P) et (P') et par D la distance du point I à l'écran fluorescent .

Le mouvement de l'électron est étudié dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ associé à un référentiel terrestre supposé galiléen.

On prend l'instant où l'électron passe par O comme origine des dates $(t=0)$.

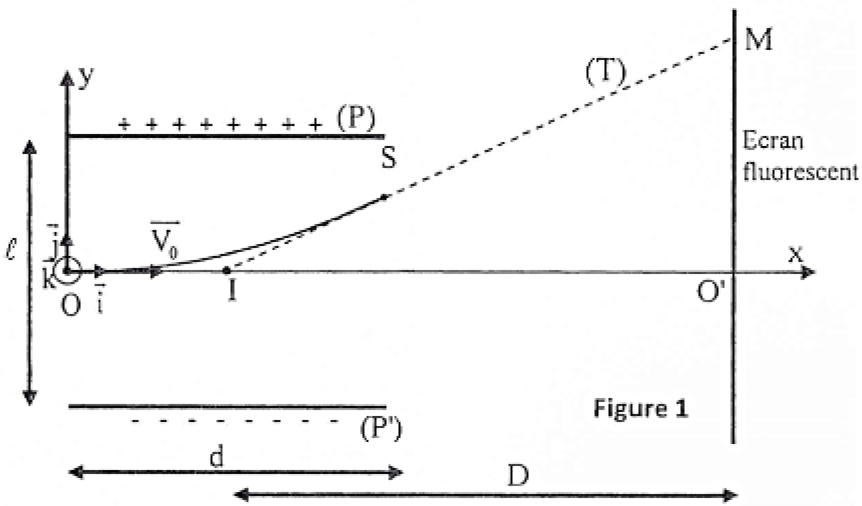


Figure 1

0,5 **1-1**-Montrer que l'équation de la trajectoire du mouvement de l'électron dans le repère $R(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ s'écrit :

$$y=\frac{eU}{2\ell mV_0^2}x^2.$$

0,5 **1-2**-Le faisceau d'électrons sort du champ électrostatique en un point S . Il poursuit son mouvement et heurte l'écran fluorescent en un point M .La droite (T) représente la tangente à la trajectoire au point S (figure 1).

Montrer que la déviation électrique O'M d'un électron s'écrit : $O'M=\frac{eDdU}{\ell mV_0^2}$.

2-Expérience 2 : Le faisceau d'électrons arrivant en O avec la vitesse $\overrightarrow{V_0}=V_0\vec{i}$ est soumis en plus du champ électrostatique précédent à un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ orthogonal à $\vec{E}$.

On fixe l'intensité du champ magnétique sur la valeur $B=1{,}01\,mT$, le faisceau d'électrons heurte alors l'écran au point O'.

0,25 **2-1**- Déterminer le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$.

0,5 **2-2**- Exprimer la vitesse des électrons en fonction de E et B .

0,75 **3**-Déduire l'expression de $\frac{e}{m}$ en fonction de B , U , D , ℓ, d et O'M .Calculer $\frac{e}{m}$ sachant que : $O'M=5{,}4\,cm$; $D=30\,cm$; $U=1200\,V$; $\ell=2\,cm$; $d=6\,cm$.

Partie II : -Etude du mouvement d'un pendule élastique

Un oscillateur mécanique vertical est constitué d'un corps solide S de masse $m=200g$ et d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K .L'une des extrémités du ressort est fixée à un support fixe et l'autre extrémité est liée au solide S (figure2).

On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie G du solide S dans un repère $R(O,\vec{k})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

On repère la position de G à un instant t par la côte z sur l'axe $(O,\vec{k})$. A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère $R(O,\vec{k})$.On prendra $\pi^2=10$.

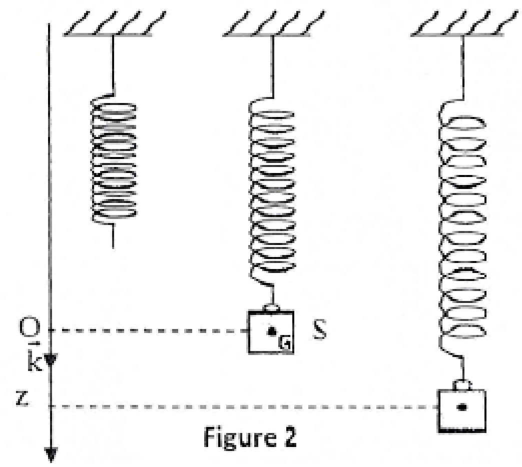


Figure 2

1- Frottements négligeables

On écarte verticalement le solide S de sa position d'équilibre et on l'envoie à l'instant de date $t=0$, avec une vitesse initiale $\vec{V}_0 = V_{0z}.\vec{k}$.

La courbe de la figure 3 représente l'évolution de la côte $z(t)$ du centre d'inertie G.

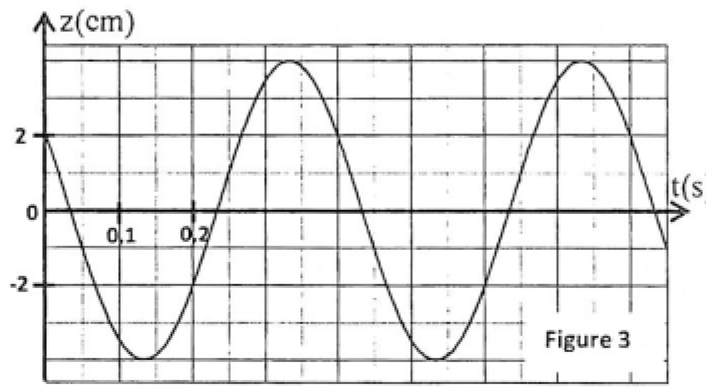


Figure 3

0,25 **1-1-**Déterminer, à l'équilibre, l'allongement $\Delta\ell_0$ du ressort en fonction de m, K et de l'intensité de la pesanteur g.

0,25 **1-2-** Etablir l'équation différentielle vérifiée par la côte z du centre d'inertie G.

1 **1-3 -**La solution de cette équation différentielle s'écrit $z=z_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ avec T_0 la période propre de l'oscillateur.

Déterminer la valeur de K et celle de V_{0z}.

2-Frottements non négligeables

On réalise deux expériences en plongeant l'oscillateur dans deux liquides différents. Dans chaque expérience, on écarte verticalement le solide S de sa position d'équilibre d'une distance z_0 et on l'abandonne sans vitesse initiale à l'instant $t=0$, le solide S oscille alors à l'intérieur du liquide.

Les courbes (1) et (2) de la figure 4 représentent l'évolution de la côte z du centre d'inertie G au cours du temps dans chaque liquide.

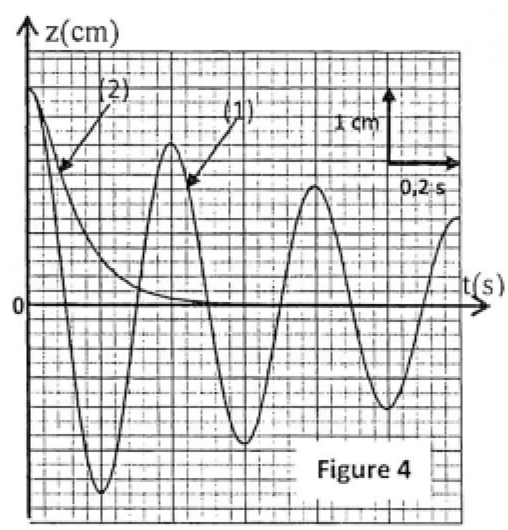


Figure 4

0,5 **2-1-** Associer à chaque courbe le régime d'amortissement correspondant.

2-2-On choisit le plan horizontal auquel appartient le point O, origine du repère $R(O,\vec{k})$, comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} ($E_{pp}=0$) et l'état où le ressort est non déformé comme état de référence de l'énergie potentielle élastique E_{pe} ($E_{pe}=0$).

Pour les oscillations correspondant à la courbe (1) :

0,5 **2-2-1-** Trouver, à un instant de date t, l'expression de l'énergie potentielle $E_p=E_{pp}+E_{pe}$ en fonction de K, z et $\Delta\ell'_0$ l'allongement du ressort à l'équilibre dans le liquide.

0,5 **2-2-2-**Calculer la variation de l'énergie mécanique de l'oscillateur entre les instants $t_1=0$ et $t_2=0,4s$.

Mécanique :(5,25 points)
Les parties I et II sont indépendantes

Partie I :Etude du mouvement de chute de deux corps

Dans cette partie, on étudie le mouvement de chute de deux corps (A) et (B) dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen. Le point O est situé au niveau du sol (figure 1).

On néglige la poussée d'Archimède devant les autres forces et on prend l'intensité de la pesanteur : $g=10\,m.s^{-2}$.

1-Etude de la chute d'un corps avec frottement :

A un instant choisi comme origine des dates($t=0$), on lâche, sans vitesse initiale d'un point H , un corps solide (A) de masse $m_A=0,5\,kg$ et de centre d'inertie G_A (figure 1).

En plus de son poids, le solide (A) est soumis à une force de frottement fluide $\vec{f}=-k.\overrightarrow{v_A}$ où $\overrightarrow{v_A}$ est le vecteur vitesse de G_A à un instant t et k une constante positive ($k>0$).

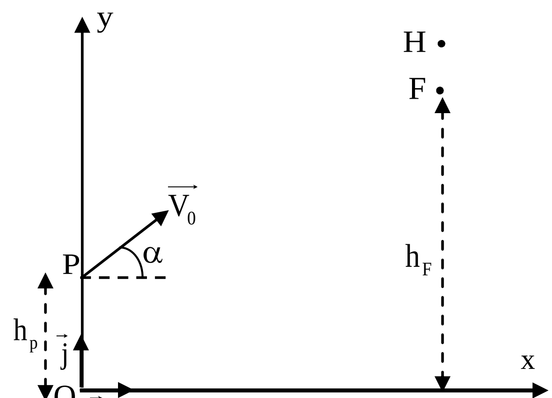


Figure 1

0,5 **1-1-** Montrer que l'équation différentielle du mouvement vérifiée par la composante $v_{Ay}(t)$ selon l'axe (Oy) du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_A}(t)$ s'écrit :

$\frac{dv_{Ay}}{dt}+\frac{1}{\tau}v_{Ay}+g=0$ où τ représente le temps caractéristique du mouvement .

0,5 **1-2-**La courbe de la figure 2 représente l'évolution de $v_{Ay}(t)$ au cours du temps.

Déterminer τ et déduire la valeur de k .

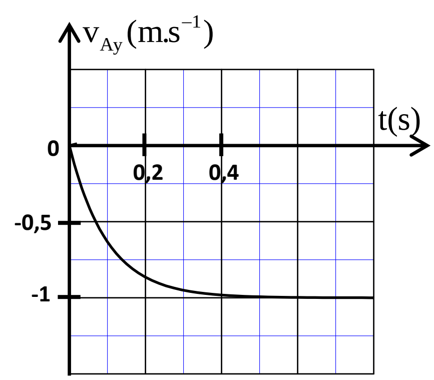


Figure 2

0,5 **1-3-** Déterminer, en utilisant la méthode d'Euler, la vitesse $v_{Ay}(t_i)$ à un instant t_i sachant que l'accélération à l'instant t_{i-1} est $a_{Ay}(t_{i-1})=-4,089\,m.s^{-2}$ et que le pas de calcul est $\Delta t=0,01s$.

2-Etude du mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur :

A l'instant où le centre d'inertie G_A du corps (A) passe par le point F d'altitude $h_F=18,5\,m$ par rapport au sol, on lance un projectile (B), de masse m_B et de centre d'inertie G_B, d'un point P de coordonnées $(0,h_p)$ avec une vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ faisant un angle α $(0<\alpha<\frac{\pi}{2})$ avec l'horizontale(figure 1). On choisit cet instant comme nouvelle origine des dates ($t=0$) pour le mouvement de (A) et celui de (B).

On néglige les frottements pour le projectile (B) et on donne : $h_P=1,8\,m$; $V_0=20\,m.s^{-1}$.

0,5 **2-1-**Etablir les équations horaires $x_B(t)$ et $y_B(t)$ du mouvement de (B) en fonction de α et t .

0,5 **2-2-**Exprimer les coordonnées du point S, sommet de la trajectoire de (B), en fonction de α .

0,5 **3-**Les deux corps (A) et (B) se rencontrent au point S (on considère que G_A coïncide avec G_B en S). Déterminer l'angle α correspondant sachant que le corps (A) passe par F avec sa vitesse limite et que les mouvements de (A) et (B) s'effectuent dans le même plan (xOy).

Partie II: Etude du mouvement d'un pendule pesant

Cette partie vise la détermination de l'intensité de la pesanteur , en un lieu donné, ainsi que quelques grandeurs qui sont liées au mouvement d'un pendule pesant.

Un pendule pesant est constitué d'une tige homogène OA de masse m, de centre d'inertie G et de longueur L pouvant effectuer un mouvement de rotation dans un plan vertical autour d'un axe horizontal (Δ) passant par son extrémité O (figure 1). Soit J_Δ le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe (Δ).

On étudie le mouvement du pendule dans un repère lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

On écarte la tige OA de sa position d'équilibre stable d'un petit angle θ_0, dans le sens positif, puis on la lance avec une vitesse angulaire initiale à l'instant de date $t=0$.

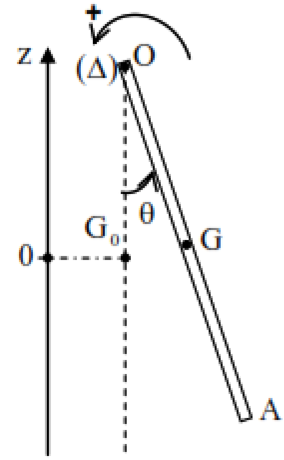


Figure 1

On repère la position du pendule à un instant de date t par l'abscisse angulaire θ. Le centre G est confondu avec G_0 quand le pendule passe par sa position d'équilibre stable (figure 1).

On néglige tous les frottements et on choisit le plan horizontal passant par G_0 comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur $(E_{pp}=0)$.

Données : - La masse de la tige : $m=100\,g$;
- La longueur de la tige : $L=0,53\,m$;
- L'expression du moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe (Δ) : $J_\Delta=\frac{1}{3}m.L^2$;
- Pour les petits angles : $\cos\theta \approx 1-\frac{\theta^2}{2}$ où θ est exprimé en radian ;
- On prendra : $\pi^2=10$.

0,5 **1-**Trouver l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur du pendule pesant à un instant t, dans le cas des oscillations de faible amplitude, en fonction de θ, L, m et g intensité de la pesanteur.

0,5 **2-** Par une étude énergétique, montrer que l'équation différentielle du mouvement s'écrit :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{3g}{2L}\theta=0 .$$

3- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $\theta(t)=\theta_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ où T_0 est la période propre du pendule.

La courbe de la figure 2 représente l'évolution de l'énergie cinétique du pendule étudié au cours du temps.

0,5 **3-1-**Déterminer la valeur de l'intensité de pesanteur g .

0,5 **3-2-**Trouver la valeur de l'amplitude θ_m du mouvement.

0,25 **3-3-**Déterminer la valeur de φ .

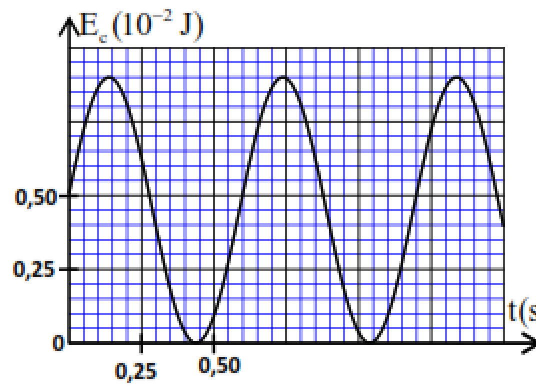


Figure 2

Mécanique : (5,5 points)

Les parties I et II sont indépendantes

Partie I : Etude du mouvement de l'oscillateur (corps solide – ressort)

On étudie dans cette partie le mouvement d'un oscillateur mécanique élastique dans deux situations :
- l'oscillateur est horizontal,
- l'oscillateur est vertical.

L'oscillateur mécanique étudié est modélisé par un système (solide-ressort) constitué d'un solide (S) de masse m et d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K.

On note T_0 la période propre de cet oscillateur.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du solide (S) dans un repère lié à un référentiel terrestre considéré galiléen.

On néglige les frottements et on prend $\pi^2 = 10$.

1-Etude de l'oscillateur mécanique horizontal :

Le ressort est horizontal, une de ses extrémités est fixe. On accroche à son autre extrémité le solide (S). Ce solide peut glisser sur le plan horizontal.

On repère la position de G à un instant t par l'abscisse x sur l'axe $(O,\vec{i})$. A l'équilibre, le centre d'inertie G du solide coïncide avec l'origine O du repère (figure 1).

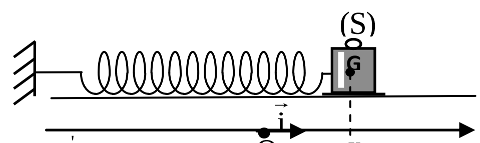


Figure 1

On écarte (S) de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale à un instant choisi comme origine des dates $(t = 0)$.

La courbe de la figure 2 représente l'évolution au cours du temps de l'accélération a_x du centre d'inertie G.

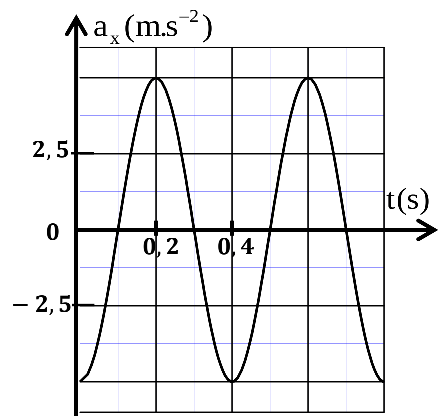


Figure 2

0,25 **1-1-** Etablir, en appliquant la deuxième loi de Newton, l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse $x(t)$.

0,75 **1-2-** La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme :

$$x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right).$$

Déterminer la valeur de x_m et celle de φ.

2- Etude de l'oscillateur mécanique vertical :

On fixe maintenant le ressort étudié comme l'indique la figure 3 ; l'une des deux extrémités du ressort est liée au solide (S) et l'autre est fixée à un support.

On repère la position de G à un instant t par la côte z sur l'axe $(O,\vec{k})$. A l'équilibre, le centre d'inertie G du solide coïncide avec l'origine O du repère $R(O,\vec{k})$ (figure 3).

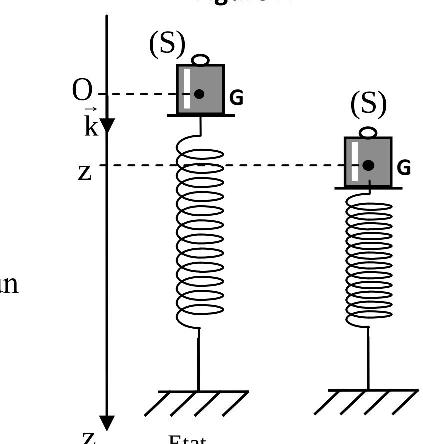


Figure 3

On écarte, verticalement vers le bas, le corps (S) de sa position d'équilibre stable puis on le libère sans vitesse initiale à un instant choisi comme origine des dates $(t = 0)$. L'oscillateur effectue alors un mouvement oscillatoire selon l'axe (Oz).

On choisit comme référence $(E_{pp} = 0)$ de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} le plan horizontal auquel appartient le point O et comme référence $(E_{pe} = 0)$ de l'énergie potentielle élastique E_{pe} l'état où le ressort n'est pas déformé.

0,25 **2-1-** Déterminer, à l'équilibre, l'expression de l'allongement $\Delta\ell_0 = \ell - \ell_0$ du ressort en fonction de m, K et de l'intensité de la pesanteur g, avec ℓ la longueur du ressort à l'équilibre et ℓ_0 sa longueur à vide.

0,5 **2-2-**Montrer qu'à un instant t, l'expression de l'énergie potentielle totale E_p de l'oscillateur s'écrit sous la forme :

$E_p = Az^2 + B$ où A et B sont deux constantes.

2-3-La courbe de la figure 4 représente les variations de l'énergie potentielle totale en fonction de la côte z.

0,5 **2-3-1-** Trouver la valeur de $\Delta\ell_0$ et celle de K.

0,5 **2-3-2-**Trouver, en se basant sur la variation de l'énergie potentielle totale E_p, le travail de la force de rappel $\vec{T}$ appliquée par le ressort sur le corps (S) lorsque G se déplace de la position de côte $z_1 = 0$ à la position de côte $z_2 = 1,4\,cm$.

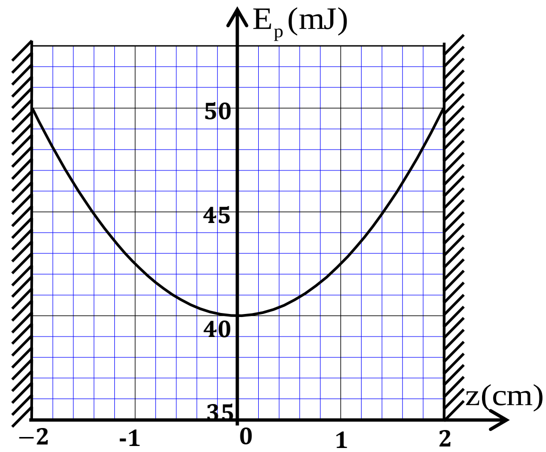


Figure 4

Partie II : **Détermination du rayon de l'orbite de la lune autour de la terre.**

Le but de cette partie est de déterminer la distance Terre-Lune à partir de l'étude du mouvement de la Terre autour du Soleil et du mouvement de la Lune autour de la Terre.
Dans chaque cas, l'étude du mouvement se fait dans un référentiel considéré galiléen.
On considère que :
- le Soleil, la Terre et la Lune présentent une répartition de masse à symétrie sphérique.
- la Lune n'est soumise qu'à la force de gravitation universelle appliquée par la Terre .
- la Terre n'est soumise qu'à la force de gravitation universelle appliquée par le Soleil .

Données :

- La période de révolution du centre d'inertie G de la Terre autour du soleil : $T = 365,25$ jours ,
- La période de révolution du centre d'inertie G' de la Lune autour de la Terre : $T' = 27,32$ jours ,
- On considère que **:-** dans le référentiel héliocentrique , la trajectoire du centre G est assimilée à un cercle de rayon $R = 1,49.10^8$ km centré sur le centre d'inertie du soleil .
  -dans le référentiel géocentrique, la trajectoire du centre G' est assimilée à un cercle de rayon r centré sur le centre G .

On note : M la masse du Soleil, m la masse de la Terre et m' celle de la Lune. On prend $\frac{M}{m} = 3,35.10^5$

0,25 **1-** Définir le référentiel géocentrique.

0,5 **2-** Choisir la proposition juste parmi les affirmations suivantes :

a-La constante de gravitation universelle s'exprime en $m.s^{-2}$.
b-Le vecteur accélération du centre G de la terre est tangent à son orbite circulaire autour du Soleil.
c-Dans un mouvement circulaire uniforme, le vecteur accélération a une direction constante.
d-La vitesse du mouvement circulaire uniforme d'une planète autour du Soleil ne dépend pas de la masse de la planète.

0,25 **3-**Donner l'expression vectorielle de la force d'attraction gravitationnelle exercée par le soleil sur la Terre, dans la base de Freinet $(\vec{u}, \vec{n})$.

0,5 **4-**En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que le mouvement du centre d'inertie G de la Terre autour du soleil est circulaire uniforme.

0,5 **5-**Etablir la relation traduisant la troisième loi de Kepler relative au mouvement du centre d'inertie G de la Terre autour du soleil.

0,75 **6 -**Trouver l'expression du rayon r en fonction de m, M, T, T' et R et calculer sa valeur.

Exercice 3 : Mécanique (4,75 points) ***2018 SN***

Les deux parties I et II sont indépendantes

Partie I :Etude du mouvement d'un corps solide dans l'air et dans un liquide

On trouve dans les piscines des plongeoirs à partir desquels chutent les baigneurs pour plonger dans l'eau.

Dans cette partie de l'exercice, on étudiera le mouvement d'un baigneur dans l'air et dans l'eau.

On modélise le baigneur par un corps solide (S) de masse m et de centre d'inertie G .

On étudie le mouvement du centre G dans un repère $R(O,\vec{k})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen(figure1).

Données : $m=80\,kg$; intensité de la pesanteur : $g=10\,m.s^{-2}$. On prend $\sqrt{2}=1,4$.

1- Etude du mouvement du centre G dans l'air

A l'instant de date t_0, pris comme origine des dates $(t_0=0)$, le baigneur se laisse chuter sans vitesse initiale d'un plongeoir. On considère qu'il est en chute libre durant son mouvement dans l'air. A la date t_0 le centre d'inertie G coïncide avec l'origine O du repère $R(O,\vec{k})$ $(z_G=0)$ et est situé à une hauteur $h=10\,m$ au dessus de la surface de l'eau(figure 1).

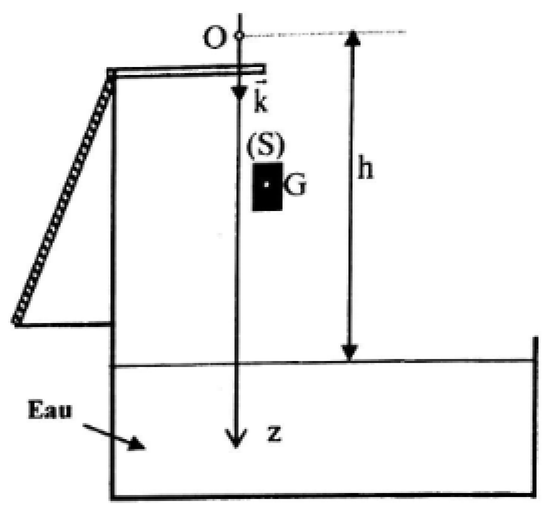


Figure 1

0,25 **1-1-**Etablir l'équation différentielle régissant la vitesse v_z du centre d'inertie G .

0,5 **1-2** -Déterminer le temps de chute t_c de G dans l'air puis en déduire sa vitesse v_e d'entrée dans l'eau.

2- Etude du mouvement vertical du centre d'inertie G dans l'eau

Le baigneur arrive avec la vitesse $\overrightarrow{v_e}$, de direction verticale, à l'entrée dans l'eau. Lorsqu'il est dans l'eau, il suit une trajectoire verticale où il est soumis à l'action de:

- son poids $\vec{P}$,
- la force de frottement fluide : $\vec{f}=-\lambda.\vec{v}$ où λ est le coefficient de frottement fluide($\lambda=250\,kg.s^{-1}$) et $\vec{v}$ le vecteur vitesse de G à un instant t ,
- la poussée d'Archimède : $\vec{F}=-\frac{m}{d}.\vec{g}$ où g est l'intensité de la pesanteur et $d=0,9$ la densité du baigneur.

On considère l'instant d'entrée de (S) dans l'eau comme nouvelle origine des dates($t=0$).

0,5 **2-1-**Etablir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v_z de G . On posera $\tau=\frac{m}{\lambda}$.

0,5 **2-2-** Déduire l'expression de la vitesse limite $v_{\ell z}$ en fonction de τ, g , et d .Calculer sa valeur.

0,5 **2-3-** La solution de l'équation différentielle est $v_z(t)=A+Be^{-\frac{t}{\tau}}$, où A et B sont des constantes . Exprimer A en fonction de $v_{\ell z}$ et B en fonction de $v_{\ell z}$ et v_e.

0,25 **2-4-**Déterminer l'instant t_r auquel le mouvement du baigneur change de sens.(Le baigneur n'atteint pas le fond de la piscine).

Partie II : Etude du mouvement d'un pendule élastique

Le pendule élastique étudié est constitué d'un solide (S) , de masse m et de centre d'inertie G , attaché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable, de longueur à vide ℓ_0 et de raideur K . L'autre extrémité du ressort est fixée à un support fixe au point P.

Le solide (S) peut glisser sans frottement sur une tige (T) inclinée d'un angle α par rapport à la verticale et solidaire au point P (figure2).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$ lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen. On repère la position de G à un instant t par l'abscisse x sur l'axe $(O,\vec{i})$.

A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère ($x_G=0$) (figure2).

On prendra : $\pi^2=10$.

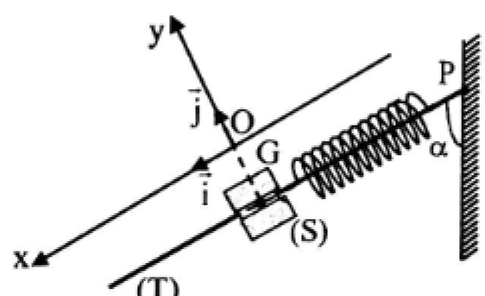


Figure 2

0,25 **1-** Exprimer ℓ_e, la longueur du ressort à l'équilibre, en fonction de ℓ_0, m, K , α et g l'intensité de la pesanteur.

2-On déplace (S) de sa position d'équilibre d'une distance x_m , dans le sens positif, et on le lâche à l'instant de date t=0 sans vitesse initiale.

La courbe de la figure 3 représente la variation de l'accélération a_x du centre d'inertie G en fonction de l'abscisse x avec $-x_m \le x \le x_m$.

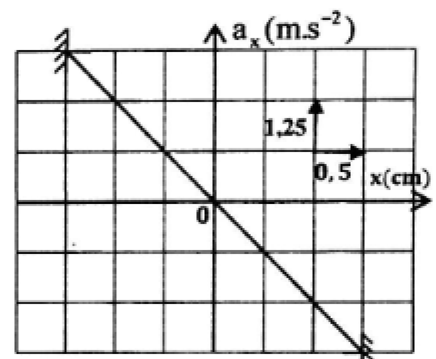


Figure 3

0,5 **2-1-** Etablir, en appliquant la deuxième loi de Newton, l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse x(t).

0,5 **2-2-** La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $x(t)=x_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$.

Trouver l'expression numérique de x(t) .

3- On choisit comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{pp}(O)=0$) le plan horizontal auquel appartient G à l'équilibre et comme référence de l'énergie potentielle élastique ($E_{pe}(O)=0$) l'état où le ressort est allongé à l'équilibre.

0,5 **3-1-**Trouver, à un instant t, l'expression de l'énergie potentielle $E_p=E_{pp}+E_{pe}$ de l'oscillateur en fonction de x et de K.

0,5 **3-2-** La courbe de la figure 4 représente les variations de l'énergie cinétique de l'oscillateur en fonction de x.
En se basant sur la conservation de l'énergie mécanique, déterminer la valeur de la raideur K. Déduire la valeur de la masse m.

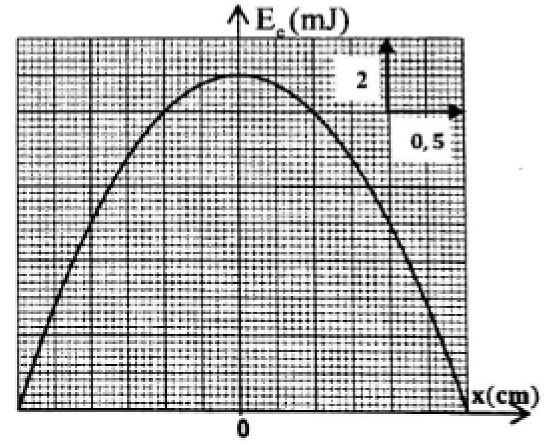


Figure 4

Exercice 3 : Mécanique (5,5 points) **Les deux parties I et II sont indépendantes** **2018 SR**

Partie I : Mouvement d'un skieur

Cette partie de l'exercice décrit un modèle très simplifié du mouvement du centre d'inertie G d'un skieur dans deux phases de son parcours :

-Première phase : Mouvement rectiligne du skieur sur un plan incliné ;
-Deuxième phase : Chute libre du skieur dans le champ de pesanteur uniforme.

Données :- Masse du skieur : $m=60\,kg$;
-Intensité de l'accélération de la pesanteur : $g=9,8\,m.s^{-2}$.
On néglige l'action de l'air.

1-Première phase : mouvement du skieur sur un plan incliné.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du skieur dans le repère $(O;\vec{i}_1;\vec{j}_1)$ lié à un référentiel terrestre considéré galiléen(figure 1).

Pour atteindre le sommet S d'une piste (P) rectiligne inclinée d'un angle $\alpha=23°$ par rapport à l'horizontale, le skieur part du point O sans vitesse initiale à t=0. Il est accroché à un câble rigide faisant un angle $\beta=60°$ avec l'horizontale. Le câble exerce sur le skieur une force de traction $\vec{F}$ constante dirigée selon la direction du câble(figure 1).

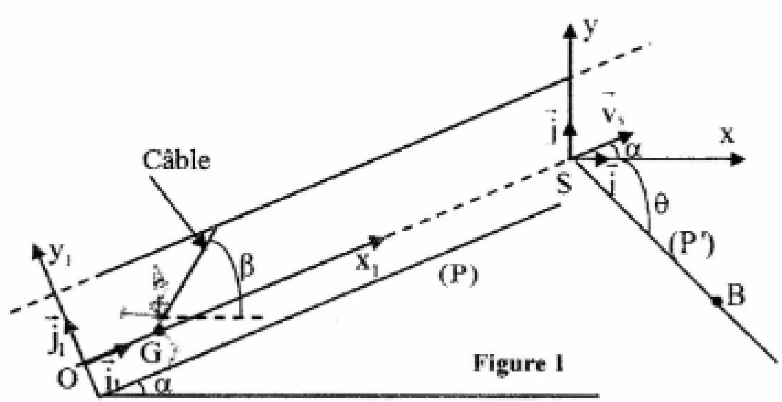


Figure 1

Durant toute cette phase, le skieur reste constamment en contact avec le sol. On note $\vec{R}_T$ et $\vec{R}_N$ respectivement les composantes tangentielle et normale de l'action du plan incliné sur le skieur avec $\|\vec{R}_T\| = k\|\vec{R}_N\|$; k étant le coefficient de frottement solide et $\|\vec{R}_T\| = f = 80\,N$.

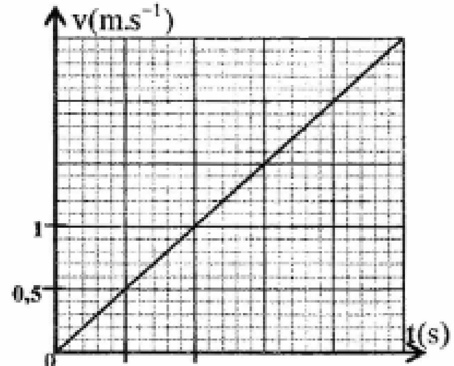


Figure 2

0,5 **1-1-**En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v du centre d'inertie G s'écrit : $\frac{dv}{dt} + \frac{f}{m} + g.\sin\alpha - \frac{F}{m}\cos(\beta - \alpha) = 0$.

1-2- La courbe de la figure 2 représente la variation de la vitesse v en fonction du temps.

0,25 **1-2-1-**Déterminer graphiquement la valeur de l'accélération du mouvement de G.

0,25 **1-2-2-** Déduire l'intensité de la force de traction $\vec{F}$.

0,5 **1-3-**Déterminer la valeur de k .

2-Deuxième phase :Phase du saut

Le skieur arrivant au sommet S de la piste (P), lâche le câble et quitte la piste à un instant choisi comme une nouvelle origine des dates avec une vitesse $\vec{v_S}$ faisant l'angle α avec l'horizontale et de valeur $v_S = 10\,m.s^{-1}$(figure 1).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du skieur dans le repère $(S;\vec{i};\vec{j})$ lié à un référentiel terrestre considéré galiléen.

Soit B la position de G sur la piste (P') qui est inclinée d'un angle $\theta = 45°$ par rapport à l'horizontale (figure1).

0,5 **2-1-**Etablir les expressions numériques des équations horaires x(t) et y(t) du mouvement de chute libre de G dans le repère $(S,\vec{i},\vec{j})$.

0,5 **2-2-**En déduire que l'équation de la trajectoire de G s'écrit : $y = -5,8.10^{-2}\,x^2 + 0,42x$.

0,5 **2-3-**Trouver la longueur SB du saut.

Partie II : Mouvement d'un pendule simple

On considère un métronome que l'on modélise par un pendule simple formé par une tige rigide de masse négligeable et de longueur $\ell = 24,8\,cm$ à laquelle est suspendue une petite bille de masse $m = 20\,g$ et de dimensions négligeables devant ℓ.

Quand on écarte le pendule de sa position d'équilibre d'un angle θ_m, il oscille dans un plan vertical entre les positions limites A et B autour d'un axe (Δ) horizontal passant par O (figure 3). Le métronome émet un signal sonore lorsque la bille arrive en A et il émet le même signal lors de son arrivée en B.

On repère la position du pendule par l'abscisse angulaire θ à un instant t.

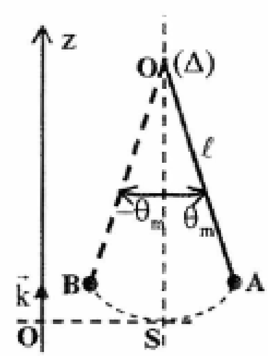


Figure 3

Données : -Accélération de la pesanteur : $g = 9,81\,m.s^{-2}$;

-Pour les oscillations de faible amplitude, on prend $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$; θ en radian ;

- Le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe de rotation (Δ) est : $J_\Delta = m.\ell^2$.

Les frottements sont négligeables.

	1-On écarte le pendule, de sa position d'équilibre stable, d'un angle petit $\theta_m = 8°$ et on le libère de la position A à l'instant $t_0 = 0$ sans vitesse initiale.
	On choisit comme origine de l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal passant par la position de la bille au point S.
0,5	**1-1-**Trouver l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur du pendule à un instant t en fonction de θ, ℓ, m et g.
0,25	**1-2-**Déterminer la valeur de l'énergie mécanique du pendule .
0,5	**1-3-**Par une étude énergétique, établir l'équation différentielle du mouvement vérifiée par l'abscisse angulaire $\theta(t)$.
	2-On note T_0 la période propre du pendule.
0,5	**2-1-** Donner l'expression de T_0 en fonction de g et ℓ et vérifier en utilisant les équations aux dimensions qu'elle est homogène à un temps.
0,5	**2-2-**Calculer la valeur de T_0. Déduire le nombre de signaux sonores émis durant la durée $\Delta t = t - t_0 = 10,25\,s$ sachant que le premier signal sonore est émis à l'arrivée de la bille au point B pour la première fois.
0,25	**3-**Montrer, en se basant sur la conservation de l'énergie mécanique, que la vitesse angulaire $\dot{\theta}(t)$ à un instant t s'exprime par la relation : $\dot{\theta}(t) = \pm\dot{\theta}_S \sqrt{1-\left(\frac{\theta}{\theta_m}\right)^2}$ avec $\dot{\theta}_S$ la vitesse angulaire au point S.

ربي اجعل النجاح والتوفيق من نصيب كل
من استفاد من هذا العمل وأسألكم الدعاء
بالشفاء لابني وأبي

أعانكم الله