

Exercice n°1 (aux élèves de SM) /

Un point matériel M est repéré dans un référentiel fixe $\mathcal{R}(O, i, j, k)$ par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z) données par : $x = R(1 - \cos \omega t)$, $y = R(1 - \sin \omega t)$, $z = 0$ où R et ω sont des constantes positives .

1-Montrer que : $R^2 = (x-R)^2 + (y-R)^2$ et déduire la nature de la trajectoire du point M , représenter dans le repère \mathcal{R} l'allure de la trajectoire pour $R=1\text{cm}$.

2-Déterminer l'expression du vecteur vitesse dans le repère \mathcal{R} . Calculer sa norme pour $R=1\text{cm}$ et $\omega=20\text{rad/s}$. Déduire la nature du mouvement.

3-Exprimer le vecteur accélération dans la base cartésienne et dans la base de Frenet et calculer sa norme de deux façon différentes.

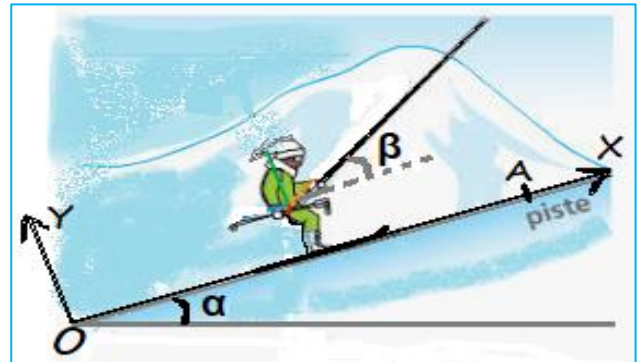
4- Pour $z = h.t$ (avec $h>0$) , représenter l'allure de la trajectoire. Quelle est sa nature ?

Exercice n°2 /

On étudie le mouvement d'un skieur sur une piste inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale.

Le skieur est tiré par un câble faisant un angle β avec la grande pente du plan incliné et exerçant une force d'intensité F sur le skieur . Données :

- Masse du skieur $m=80\text{Kg}$
- intensité de gravitation $g=9,81\text{m.s}^{-2}$
- la distance $OA=150\text{m}$; $F=450\text{N}$
- l'angle d'inclinaison $\alpha=20^\circ$ et $\beta=15^\circ$
- force de frottement considérée constante $f=90\text{N}$.



1-En appliquant la 2^{ème} loi de Newton déterminer

l'abscisse a_{Gx} de vecteur accélération du centre d'inertie de skieur . Quelle est la nature de son mouvement ?

2- Déterminer les équations horaires $v(t)$ et $x(t)$ du mouvement, on prend comme origine des dates lorsque le skieur est au point O et la vitesse initiale nulle.

3- Calculer la vitesse du skieur au point A.

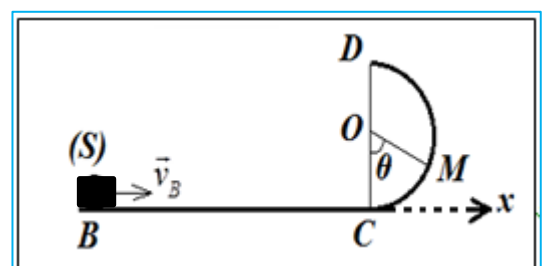
4-Calculer l'intensité de la réaction du plan sur le skieur , en déduire le coefficient de frottement K .

Exercice n°3 /

Une piste BCD dans un plan vertical est constituée d'une partie BC horizontale de longueur $BC=80\text{cm}$ et d'une partie CD circulaire de rayon $r=10\text{cm}$. On lance , à $t=0$, un corps (S) de masse $m=200\text{g}$ à partir du point B origine de repère (B, x) considéré galiléen avec une vitesse initiale $v_B=2\text{m.s}^{-1}$ et le corps (S) se déplace sur la partie BC avec frottement. On prend $g \approx 9,81\text{m.s}^{-2}$.

1-Trouver l'expression de la force de frottement f , calculer sa valeur sachant que l'accélération a_{Gx} du centre d'inertie est $a_{Gx}=-2\text{m.s}^{-2}$.

2-Calculer la valeur de la réaction de la partie BC sur le corps (S) . Déduire la valeur de l'angle de frottement .



3-En utilisant les équations horaires $v(t)$ et $x(t)$ déterminer la vitesse v_C au point C .

4-Arrivant au point C , le corps (S) continue son mouvement sur la partie circulaire CD sans frottement avant de retourner dans le sens inverse .

4-1- Trouver l'expression de la force de réaction R appliquée par la partie CD sur le corps (S) à la position M repérée par l'angle θ en fonction de m , g , r , θ et v_M la vitesse au point M .

4-2- Appliquer le théorème de l'énergie cinétique entre C et M et montrer que l'expression de v_M s'écrit : $v_M = \sqrt{v_C^2 - 2.g.r(1-\cos\theta)}$. (le symbole $\sqrt{\quad}$ désigne la racine carrée)

4-3- Déterminer la valeur de l'angle maximal θ_{max} pour lequel le solide (S) revient dans le sens inverse et calculer l'intensité de la force de réaction R à cet angle .

Exercice n°4 / (Session Rattrapage 2018 SM)

Cette partie de l'exercice décrit un modèle très simplifié du mouvement du centre d'inertie G d'un skieur dans deux phases de son parcours : -Première phase : Mouvement rectiligne du skieur sur un plan incliné ; -Deuxième phase : Chute libre du skieur dans le champ de pesanteur uniforme.

Données :- Masse du skieur : $m=60\text{kg}$ -Intensité de l'accélération de la pesanteur : $g=9,8\text{m.s}^{-2}$. On néglige l'action de l'air. On étudie le mouvement du centre d'inertie du skieur dans le repère $(O; i_1; j_1)$ lié à un référentiel terrestre considéré galiléen (figure 1) . Pour atteindre le sommet S d'une piste (P) rectiligne inclinée d'un angle $\alpha=23^\circ$ par rapport à l'horizontale, le skieur part du point O sans vitesse initiale à $t=0$. Il est accroché à un câble rigide faisant un angle $\beta=60^\circ$ avec l'horizontale. Le câble exerce sur le skieur une force de traction F constante dirigée selon la direction du câble . Durant toute cette phase, le skieur reste constamment en contact avec le sol. On note R_T et R_N respectivement les composantes tangentielle et normale de l'action du plan incliné sur le skieur avec $R_T=\beta=80\text{N}$.

1-En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v du centre d'inertie G s'écrit : $dv/dt + \beta/m + g.\sin\alpha - F.\cos(\beta-\alpha)/m = 0$.

2- La courbe de la figure 2 représente la variation de la vitesse v en fonction du temps.

2-1-Déterminer graphiquement la valeur de l'accélération du mouvement de G.

2-2- Déduire l'intensité de la force de traction F .

2-3- Déterminer la valeur de k le facteur de frottement .

