

LE DIPOLE ELECTRIQUE RL

Problématique :

Qu'est-ce qu'une bobine ? Comment évoluent les grandeurs électriques $u(t)$ et $i(t)$ dans un circuit RL constitué d'un conducteur ohmique et d'une bobine? Quelle est l'origine de la surtension aux bornes d'une bobine ?

1) Définition et symbole d'une bobine.

1-1/ - Description sommaire d'une bobine, symbole.

Une bobine est constituée à partir d'un enroulement très serré de fil de cuivre qui est gainé sur un matériau isolant « vernis ». Son symbole électrique est le suivant :

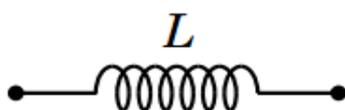


r : résistance interne de la bobine en Ω .

L : Inductance de la bobine en henry en H « Henry ».

Remarque :

Si la résistance interne de la bobine est nulle ou négligeable le symbole de la bobine devient :

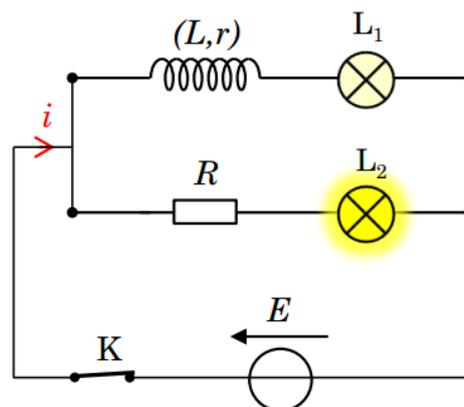


1-2/ - Le rôle d'une bobine dans un circuit :

Expérience 1 :

On choisit une valeur bien précise de R pour que les deux lampes brillent de la même façon.

L'interrupteur étant ouvert, on ferme cet interrupteur : On constate que la lampe (L_1) s'allume avec un léger retard par rapport à la lampe (L_2).



Expérience 2 :

On réalise 2 montages, le premier sans bobine et le deuxième avec bobine puis on mesure la tension aux bornes du conducteur ohmique grâce à un oscilloscope.

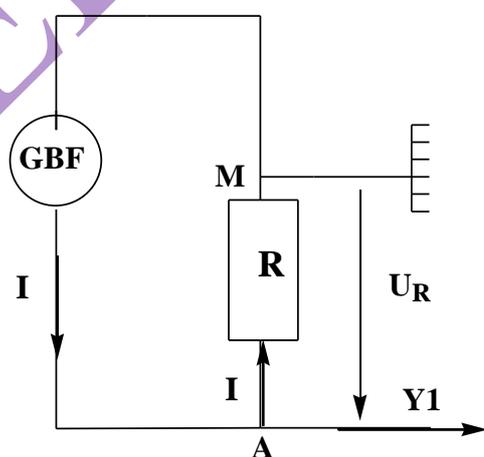


Fig 1

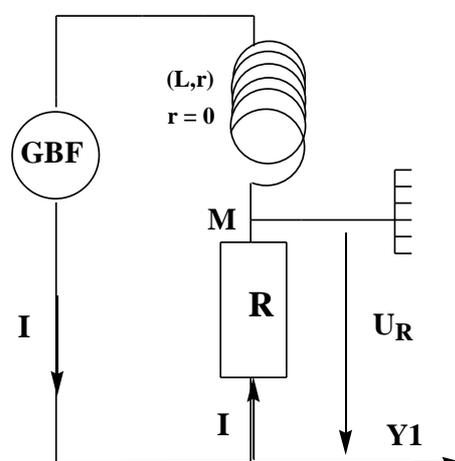
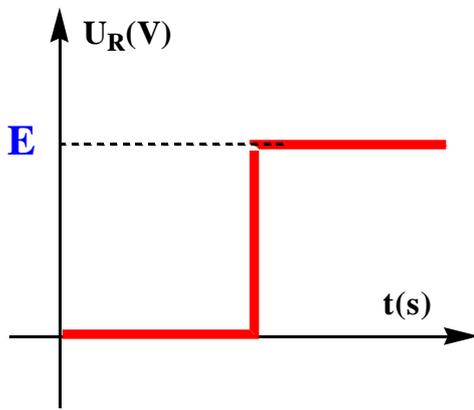
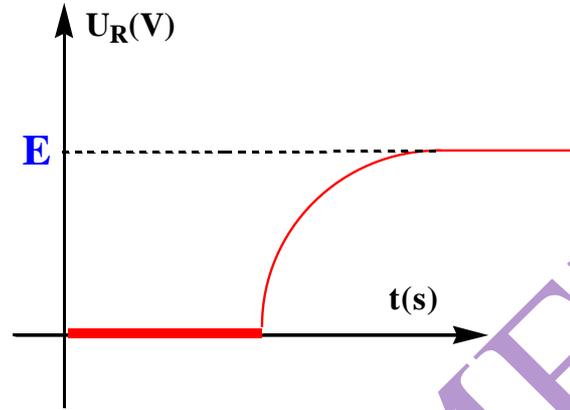


Fig 2

On obtient les oscillogrammes suivants :



Sans Bobine

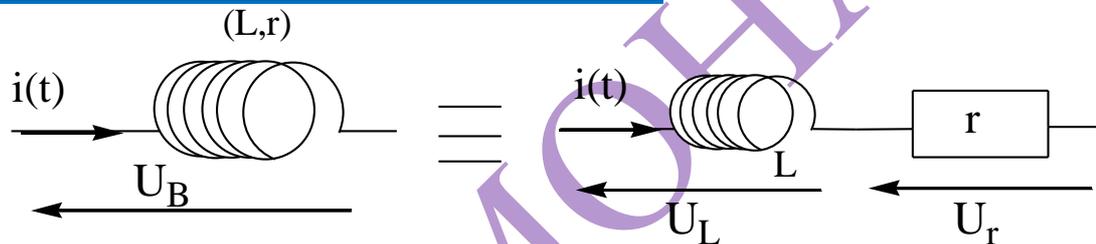


avec Bobine

Conclusion :

Le rôle d'une bobine dans un circuit électrique est de s'opposer ou de freiner les variations brusques du courant électrique.

1-3/ - La tension entre les bornes de la bobine :



$$U_B(t) = U_L(t) + U_r(t) = L \times \frac{di}{dt} + r \times i(t)$$

Remarque :

Lorsque le courant est continu, l'expression de la tension aux bornes de la bobine :

$$U_B(t) = U_r = r \times I$$

U_B : tension aux bornes de la bobine en courant continu (V).

r : résistance interne de la bobine en ohm (Ω)

I : intensité du courant en ampère (A)

2) Dipôle RL.

2-1/ Définition :

Un dipôle RL c'est l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'inductance L et de résistance r.



Remarque :

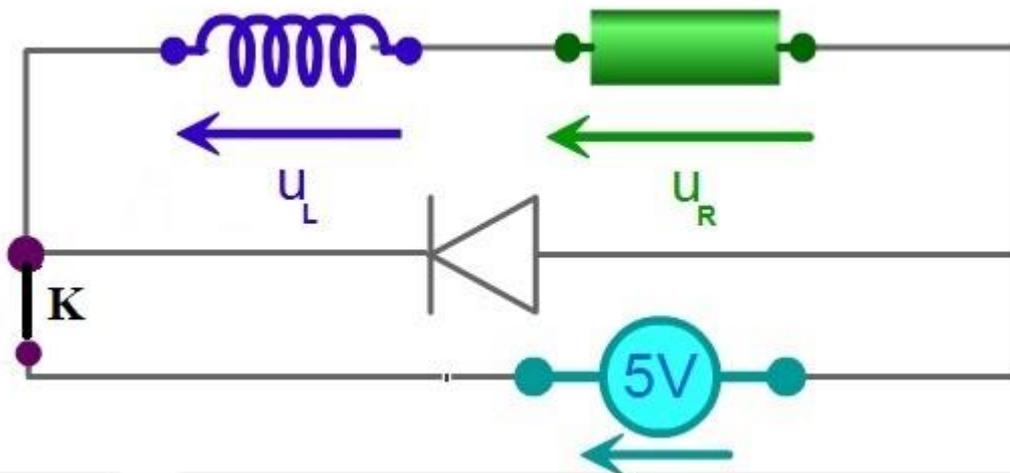
La résistance globale du dipôle RL est $R_T = R + r$

2-2/- Etablissement du courant dans une bobine par un échelon de tension :

* ETUDE EXPERIMENTALE.

On dispose d'un générateur de tension continue $U_{PN} = E$, d'un conducteur ohmique de résistance R , d'une bobine d'inductance L et d'un interrupteur K . La diode permet d'avoir un courant d'intensité i après l'ouverture de K .

- *Etablissement du courant : charge de la bobine*



L'établissement du courant n'est pas instantané.

$$U_G(t) = U_B(t) + U_R(t) = U_L(t) + U_r(t) + U_R(t) = U_L(t) + (r + R)i(t) = U_L(t) + R_T i(t) \text{ donc}$$

$$U_G(t) = E = U_L(t) + U_{R_T}(t)$$

Au début de l'établissement du courant à $t = 0$:

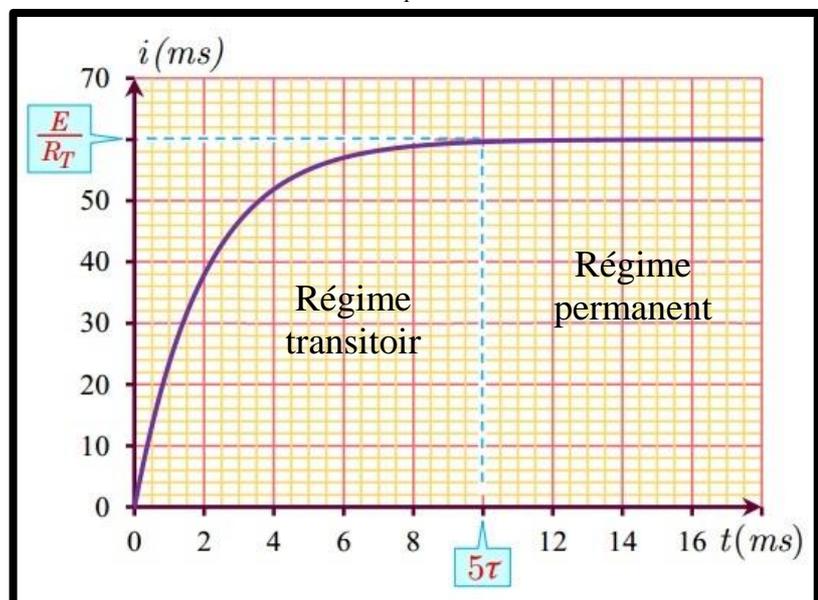
$$i = 0 : E = L \times \frac{di}{dt} + 0 \Rightarrow \text{la surtension } \left(\frac{di}{dt} \right)_0 \text{ est maximale.}$$

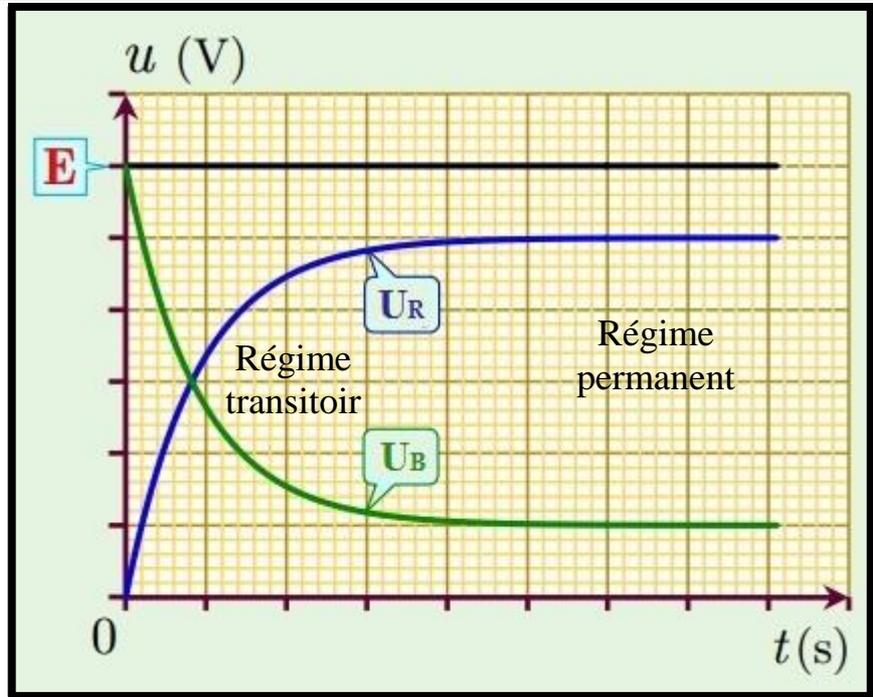
$$\text{Donc } U_L(t) = E \text{ et } U_R(t) = 0$$

A la fin de l'établissement du courant :

$$i = I_{\max} : E = 0 + Ri \text{ avec } i = I_{\max} = \frac{E}{R_T} = I_0 \text{ et } \left(\frac{di}{dt} \right)_{\infty} = 0$$

$$\text{Donc } U_L(t) = 0 \text{ et } U_{R_T}(t) = E$$





Remarque :

99 % de l'intensité du courant est obtenue pour $t = 5\tau$.

L'équation différentielle :

$U_L(t) + U_{R_T}(t) = E$ avec $U_{R_T}(t) = R_T \times i(t)$ et $U_L(t) = L \times \frac{di(t)}{dt}$ donc :

$$L \times \frac{di(t)}{dt} + R_T \times i(t) = E \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} + \frac{R_T}{L} i(t) = \frac{E}{L}$$

La solution de cette équation différentielle :

$$i(t) = \frac{E}{R_T} \times (1 - e^{-\lambda t}) \quad \text{avec} \quad \lambda = \frac{R_T}{L} = \frac{1}{\tau}$$

Remarque :

D'après la loi d'ohm : $U_R(t) = R \times i(t)$ donc

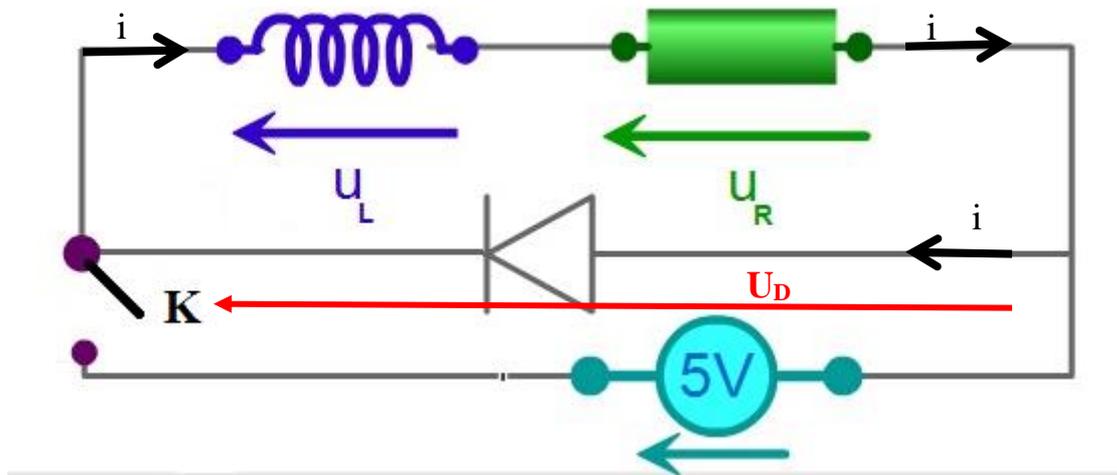
$$U_R(t) = \frac{R \times E}{R_T} \times (1 - e^{-\lambda t}) = U_{R_{\max}} \times (1 - e^{-\lambda t})$$

De même pour

$U_B(t) = U_L(t) + U_r(t) = L \times \frac{di}{dt} + r \times i(t)$ avec $i(t) = \frac{E}{R_T} \times (1 - e^{-\lambda t})$ donc

$$U_B(t) = \frac{r \times E}{R_T} \times (1 - e^{-\lambda t}) + E \times e^{-\lambda t}$$

▪ *Annulation du courant : décharge de la bobine*



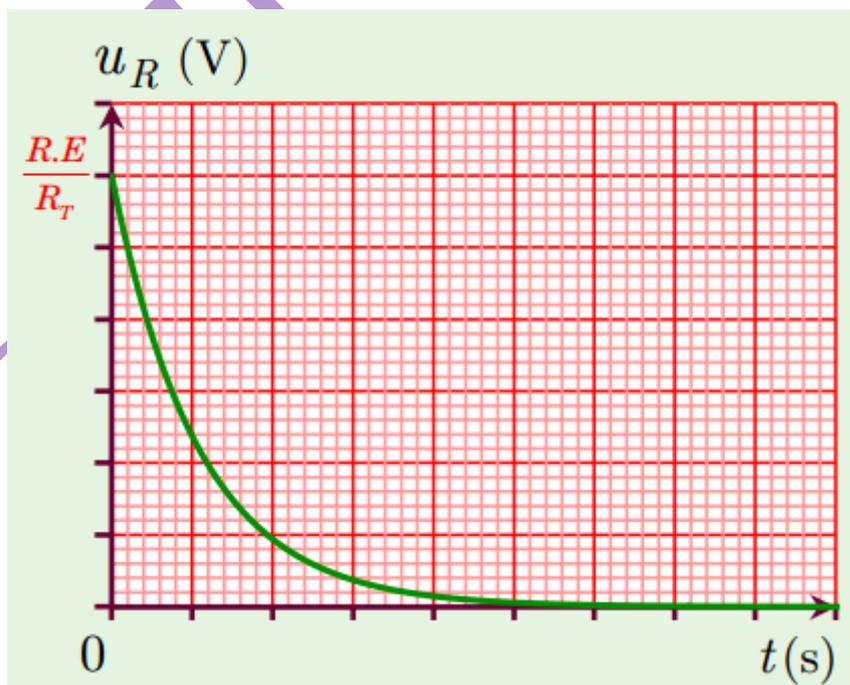
On considère que la diode est idéale $U_D = 0$ et à $t = 0$ $I_0 = E/R_T$. D'après la loi d'additivité des tensions : $U_L(t) + U_{R_T}(t) = 0$ avec

$$U_{R_T}(t) = R_T \times i(t) \text{ et } U_L(t) = L \times \frac{di(t)}{dt} \text{ donc :}$$

$$L \times \frac{di(t)}{dt} + R_T \times i(t) = 0 \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} + \frac{R_T}{L} i(t) = 0$$

La solution de cette équation différentielle :

$$i(t) = \frac{E}{R_T} \times e^{-\lambda t} \text{ avec } \lambda = \frac{R_T}{L} = \frac{1}{\tau}$$



2-3/ Constante du temps τ :

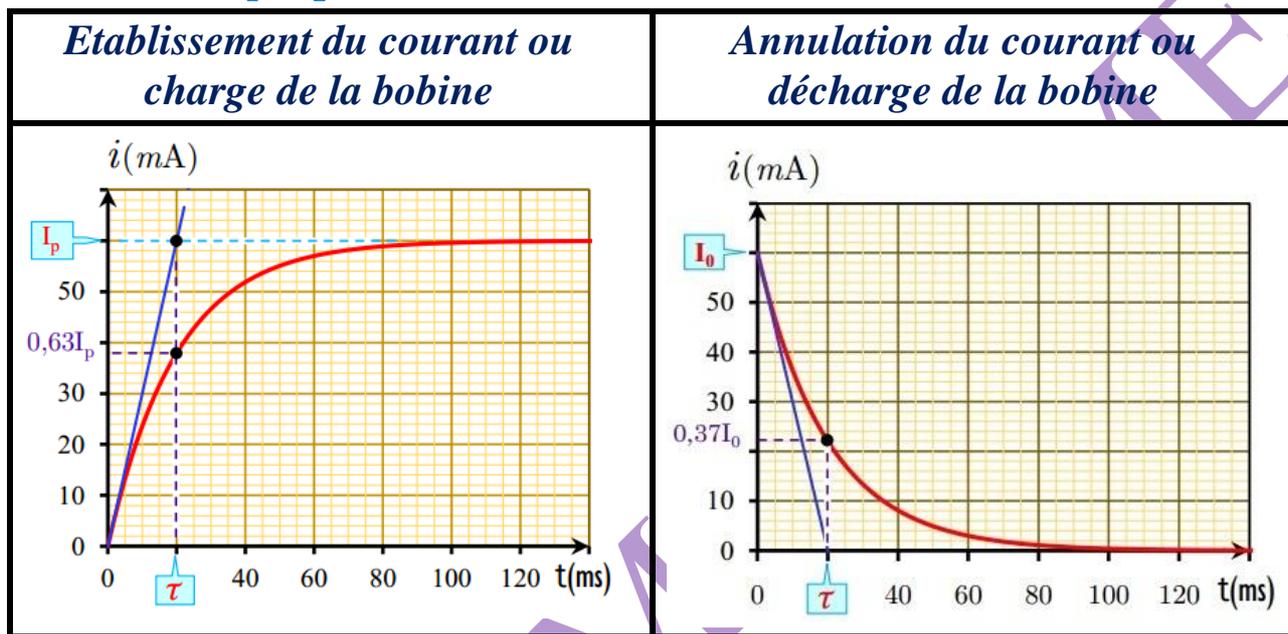
La grandeur $\tau = L/R_T$ représente la constante du temps. Elle est homogène à une durée et s'exprime en seconde (s).

$$[\tau] = [L/R_T] = [L]/[R_T] \text{ avec } [R] = \frac{[U]}{[I]} \text{ et } [L] = \frac{[U]}{[I]/[t]} = \frac{[U] \times [t]}{[I]}$$

$$[\tau] = \frac{[U] \times [t]}{[I]} \times \frac{[I]}{[U]} = [t] = T$$

Détermination de la valeur de τ :

Graphiquement :



Par calcul :

Pendant l'établissement du courant :

$i(t) = I_p(1 - e^{-\lambda t})$ lorsque $t = \tau$ on a : $i(\tau) = I_p(1 - e^{-\lambda \tau}) = I_p(1 - e^{-1}) = I_p(1 - 0,37)$

$i(\tau) = 0,63I_p$

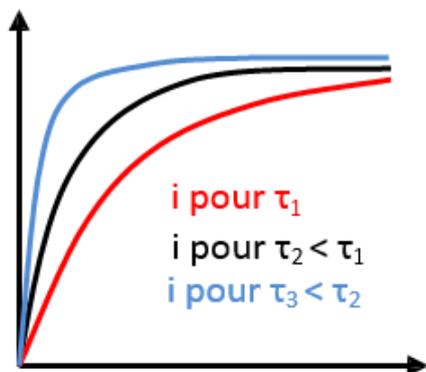
Pendant la Rupture du courant :

$i(t) = I_0 e^{-\lambda t}$ lorsque $t = \tau$ on a : $i(\tau) = I_0 e^{-\lambda \tau} = I_0 e^{-1}$ $i(\tau) = 0,37I_0$

Par calcul direct : Par le calcul, avec R_T et L .

Remarque :

- La constante de temps à la même valeur pour l'établissement ou la rupture du courant dans le circuit.
- Plus la constante de temps est grande plus l'établissement du courant est lent.



Plus la constante de temps est grande plus l'établissement du courant est lent

3) Différences et similitudes avec le condensateur :

<i>Condensateur</i>	<i>Bobine</i>
<p>Le condensateur « assure » une continuité de la tension entre ses bornes.</p>	<p>La bobine « assure » une continuité de l'intensité qui la traverse</p>
<p>Variations de $U_C(t)$ et $i(t)$ dans un dipôle RC</p>	<p>Variations de $i(t)$ et $U_L(t)$ dans un dipôle RL</p>
<p>Energie emmagasinée (en J) par le condensateur de capacité C :</p> $E_e(t) = E_c(t) = \frac{1}{2} C [U_C(t)]^2$	<p>Energie emmagasinée (en J) par la bobine d'inductance L:</p> $E_m(t) = E_B(t) = \frac{1}{2} L [i(t)]^2$

Conditions à vérifier pendant l'établissement du courant ou charge de la bobine

	$i(t)$	$U_R(t)$	$U_L(t)$	$U_B(t)$
$t = 0$	0	0	E	E
$t = \infty$	$\frac{E}{R_T}$	$\frac{R \times E}{R_T}$	0	$\frac{r \times E}{R_T}$

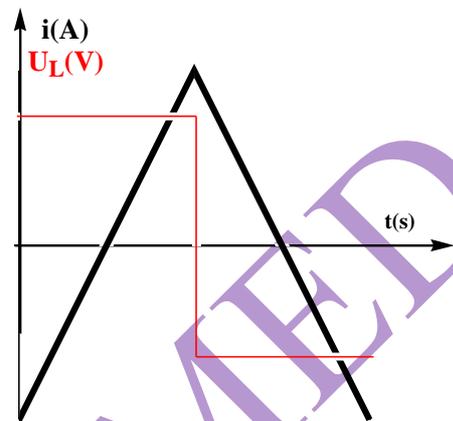
Conditions à vérifier pendant l'annulation du courant ou décharge de la bobine

	$i(t)$	$U_R(t)$	$U_L(t)$	$U_B(t)$
$t = 0$	$\frac{E}{R_T}$	$\frac{R \times E}{R_T}$	-E	$-r \frac{E}{R_T}$
$t = \infty$	0	0	0	0

Exercice d'application N°1:

Lors d'une manipulation dans laquelle on utilise un générateur de courant triangulaire, on relève les deux courbes suivantes :

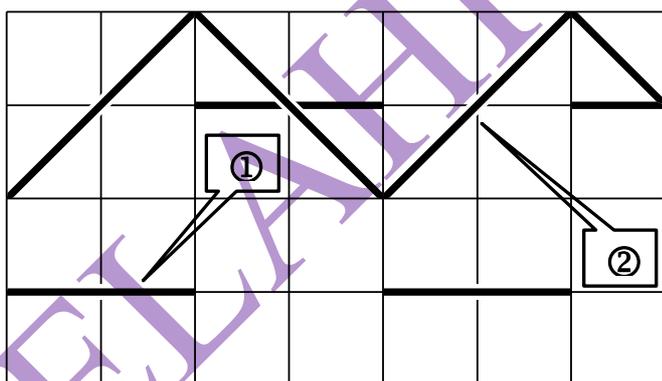
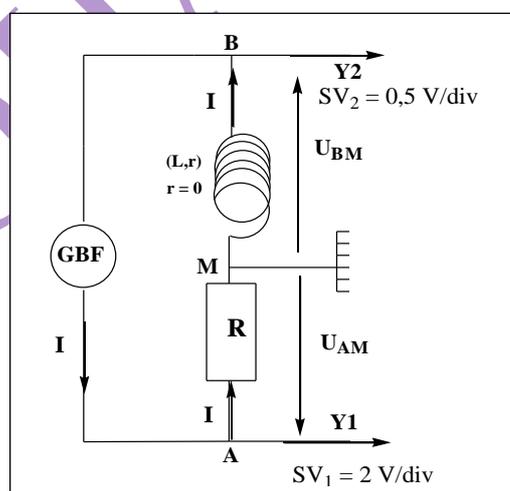
- 1) Rappeler la relation entre la tension aux bornes de la bobine $U_L(t)$ et l'intensité du courant électrique $i(t)$ qui la traverse.
- 2) Utiliser cette relation pour justifier la forme de la courbe représentant $U_L(t)$.
- 3) Sur la première demi-période, l'intensité varie de $\Delta i = 1,0 \text{ mA}$ pendant $\Delta t = 0,10 \text{ ms}$. Déterminer la valeur L de l'inductance de la bobine sachant que la tension entre les bornes de la bobine est égale à $U_L = 0,10 \text{ V}$.



Exercice d'application N°2:

Considérons le circuit électrique ci-contre formé d'un générateur parfait délivrant une tension triangulaire, d'une bobine (L,r) de résistance interne $r = 0 \Omega$ et de coefficient d'inductance L et d'un conducteur ohmique de résistance $R = 5 \text{ k}\Omega$

Grace à un oscilloscope, lié au montage, on mesure les tensions électriques U_{AM} et U_{BM} . A $t = 0$ on commence à enregistrer on obtient l'oscillogramme suivant :

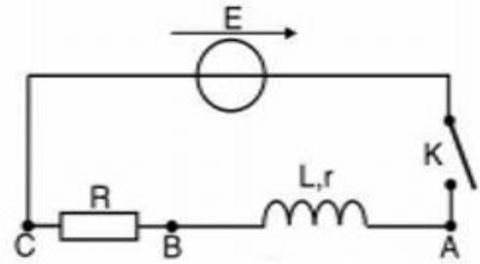


$S_H = 0,1 \text{ ms/div}$

- 1-/ Donner l'expression de U_{AM} en fonction de i et R .
- 2-/ Attribuer donc les 2 signaux ① et ② aux tensions mesurées U_{AM} et U_{BM} .
- 3-/ Donner l'expression de U_{BM} en fonction de L , R et de la dérivée de U_{AM} par rapport au temps.
- 4-/ En déduire L le coefficient d'inductance de la bobine étudié.

Exercice d'application N°3:

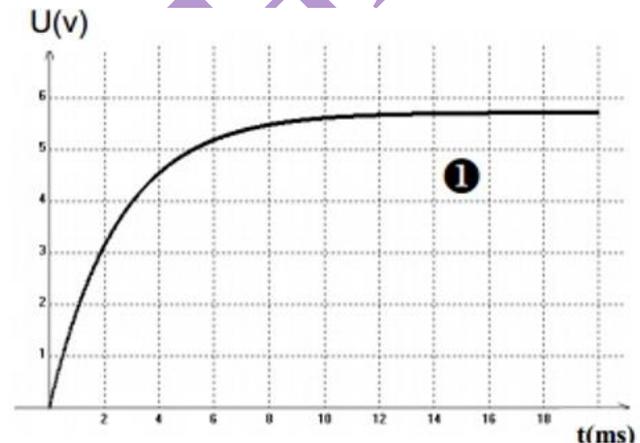
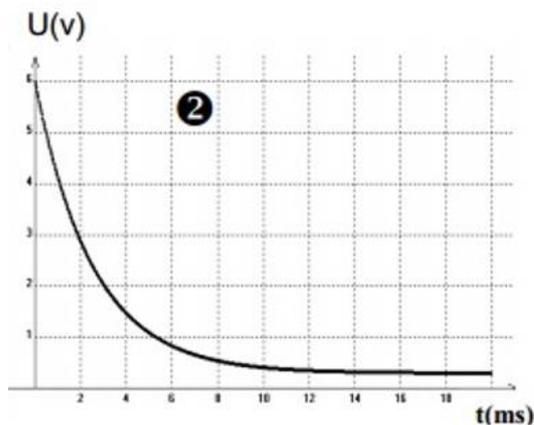
Considérons le circuit électrique ci-dessous formé d'un générateur parfait délivrant une tension $E = 6 \text{ V}$, d'un interrupteur K , d'une bobine (L,r) de résistance interne r et de coefficient d'inductance L et d'un conducteur ohmique de résistance $R = 200 \Omega$



Grace à un ordinateur, lié au montage, on mesure les tensions électriques U_{AB} e U_{BC} . A $t = 0$ on ferme l'interrupteur K et on commence à enregistrer les graphes ① et ② ci-dessous.

1.

- 1-1/ Par quel instrument de mesure on peut remplacer l'ordinateur ?
- 1-2/ Donner l'expression de U_{AB} en fonction de i et di/dt .
- 1-3/ Donner l'expression de U_{BC} en fonction de i .
- 1-4/ Attribuer aux 2 tensions le graphe correspondant.



2.

- 2-1/ On utilisant la loi d'additivité des tensions, retrouve l'expression de l'intensité du courant I_0 en régime permanent.
- 2-2/ En utilisant l'un des graphes, retrouve graphiquement la valeur de I_0 en déduire la valeur de r
- 2-3/ Retrouve graphiquement la valeur de la constante de temps τ en montrant la méthode utilisée.
- 2-4/ En déduire L le coefficient d'inductance de la bobine étudié.

Exercice d'application N°4:

DETERMINATION DU COEFFICIENT D'INDUCTANCE D'UNE BOBINE

Considérons le circuit électrique ci-contre formé d'un GBF générateur à basse fréquence parfait délivrant une tension triangulaire, d'une bobine (L',r) de résistance interne $r = 0 \Omega$ et de coefficient d'inductance L et d'un conducteur ohmique de résistance $R = 200 \Omega$

Grace à un oscilloscope, lié au montage, on mesure les tensions électriques U_{AM} et U_{BM} . La figure N°2 représente l'oscillogramme obtenu.

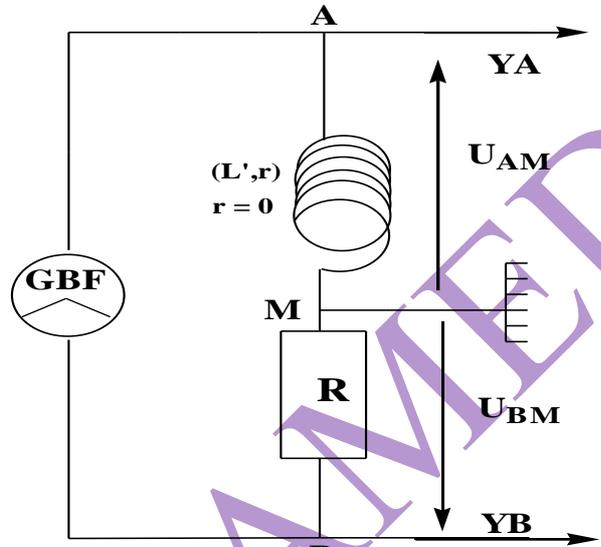
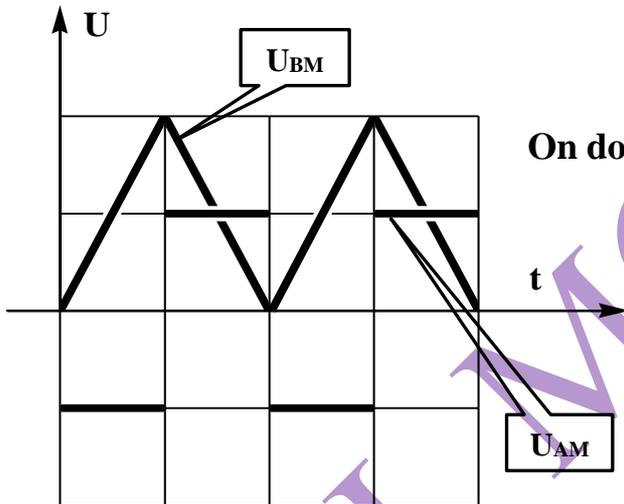


Fig : 1



On donne $S_H = 5 \text{ ms/div}$; $S_V(A) = 1,2 \text{ mV/div}$
 $S_V(B) = 0,3 \text{ V/div}$

- 1-/ Montrer le sens du courant électrique dans ce circuit.
- 2-/ Calculer U_{AM} dans l'intervalle du temps $[0 ; 10 \text{ ms}]$.
- 3-/ Donner l'expression de U_{BM} en fonction du temps dans même l'intervalle du temps $[0 ; 10 \text{ ms}]$.
- 4-/ En déduire l'expression du courant électrique dans même l'intervalle.
- 5-/ Calculer L' le coefficient d'inductance de la bobine étudié.