Troisième Partie : Electricité
Unité 2
6 H / 7 H

Le Dipôle RL

RL ثنائي القطب

بسم الله الرحمن الرحيم
السلام عليكم ورحمة الله وبركاته

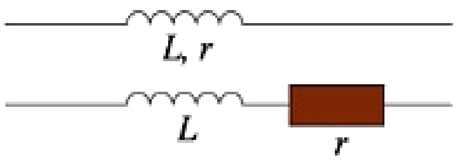
$2^{éme}$ Bac Sciences Physique

I – Bobine :

1– Définition :

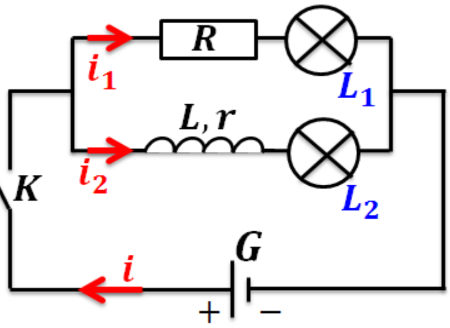
La bobine est un dipôle constitué d'un enroulement non connecté de fil conducteur de cuivre autour d'un noyau.

Symbole de la bobine est :



tel que
***r* la résistance interne de la bobine.**
et *L* l'inductance de la bobine, son unité dans (S.I) est Henry *H*.

2– Le comportement d'une bobine dans un circuit électrique :



On réalise le **montage expérimental** ci-contre puis on **ferme** l'**interrupteur** K.

a- Les **deux lampes** L_1 et L_2 **brillent**-elles **instantanément** après la **fermeture** du circuit ?

La **lampe** L_2 ne **brille** pas **instantanément** après la **fermeture** du **circuit**, mais la **lampe** L_2 s'**allume** avec un **retard** sur la **lampe** L_1.

b- Comment varier l'**intensité du courant** passant dans L_1 et L_2.

i_1 est **variée immédiatement** tandis que i_2 **varie progressivement** en **retard** de i_1.

c- Quel est l'**effet** de la **bobine** lors de l'**établissement** du **courant électrique** ?

La **bobine** s'**oppose** l'**établissement** du **courant** qui la **traverse**.

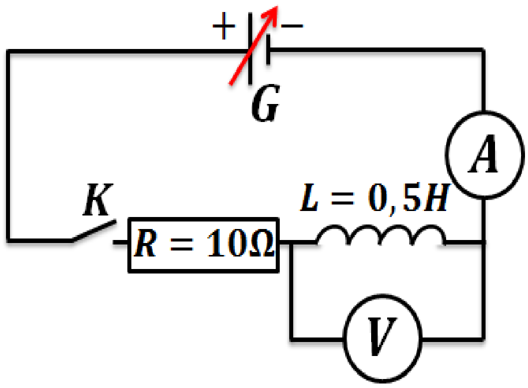
d- Que se passe-t-il lors d'**ouverture** du circuit ? Quel est l'**effet** de la **bobine** lors de l'**annulation** du **courant électrique** ?

La **lampe** L_2 s'**éteinte** avec un **retard** sur la **lampe** L_1, la **bobine** s'**oppose** à l'**annulation** du **courant** qui la **traverse**.

La bobine résiste l'établissement ou l'annulation du courant qui la traverse, cette résistance augmente lorsqu'un noyau de fer forgé est inséré dans la bobine.

3– Tension aux bornes d'une bobines :

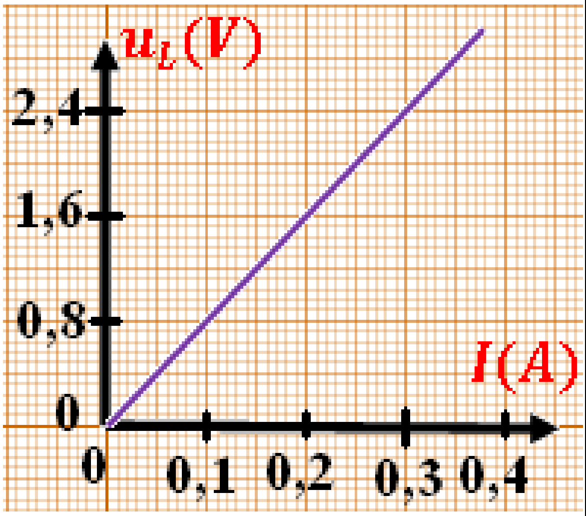
3-1- Manipulation 1 :



On réalise le **montage électrique** ci-contre, et On **ferme** l'**interrupteur** K.

On **change** les **valeurs** des **tensions** qui sont données par le **générateur**, et à **chaque fois** on **mesure** la **tension** u_L aux **bornes** de la **bobine** et ainsi l'**intensité du courant** I qui la traverse, on obtient les **résultats suivants** :

u_L(V)	0	0,8	1,6	2,4	3,2
I(A)	0	0,1	0,2	0,3	0,4



a- Tracer la **courbe** u_L en fonction l'**intensité** I.

Voir ci-contre.

b- Comment la **bobine** se comporte en **régime permanent** ($I = cte$) .

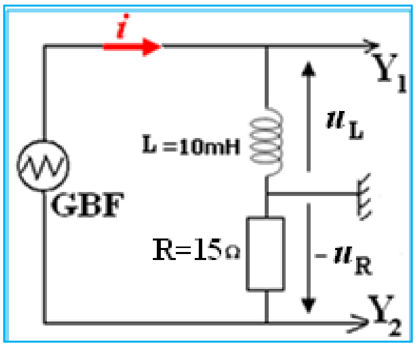
La **courbe** est une **fonction linéaire** passant par l'**origine** du repère, elle s'**écrit** sous la forme de :

$u_L = K.I$ d'où $K = \frac{u_L}{I}$ on a $[K] = \frac{[U]}{[I]} = \frac{V}{A} = \Omega$

Donc K a la **dimension** d'une **résistance** r alors $u_L = r.I$

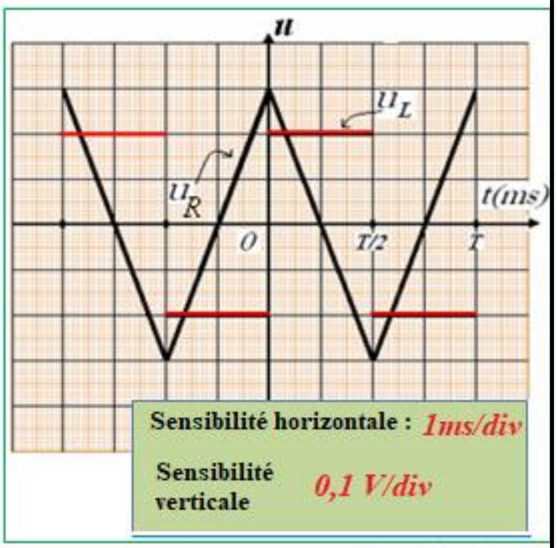
En **régime permanent**, la **bobine** se **comporte** comme **un conducteur ohmique**.

3-2- Manipulation 2 :



On **règle** le GBF pour qu'il **délivre** un **courant électrique triangulaire** de **fréquence** $f = 250\ Hz$ et sa **tension maximale** est **3** V.

On **réalise** le **montage électrique ci-contre** on obtient l'**oscillogramme** ci-contre.



a- Que **visualise**-t-on à **deux voies** Y_1 et Y_2 ?

On **visualise** la **tension** u_L à la **voie** Y_1 et on **visualise** la **tension** $-u_R$ à la **voie** Y_2.

b- Pourquoi la **masse** du GBF doit être **isolée** de la **prise** de **terre** ?

Le **conducteur ohmique** sera entre **deux masses** , alors $u_R = 0$.

c- Pourquoi la **voie** Y_2 est-il **capable** de **visualiser** les **variations** du **courant** passant dans le **circuit** ?

Selon la **loi d'Ohm** $u_R = -R.i$ d'où $i = -\frac{u_R}{R}$

donc i est **proportionnelle** à u_R alors la **visualisation** de u_R permet de **visualiser** i.

d- On considère la **moitié** de la **période** des **oscillations**.

✎ Montrer que l'**intensité** de **courant** peut s'**écrire** sous la forme : $i = a.t + b$.

Pour $\left[0, \frac{T}{2}\right]$, La **courbe** u_R est une **fonction affine** écrite sous la forme de :

$u_R = a'.t + b'$ avec $u_R = -R.i$ donc $i = -\frac{a'}{R}.t - \frac{b'}{R}$ alors $i = a.t + b$.

✎ Déterminer la **valeur** de a.

On a $\frac{di}{dt} = a = -\frac{a'}{R}$ et on sait que $a' = \frac{\Delta u_R}{\Delta t} = \frac{2\Delta u_R}{T}$ donc $a = -\frac{2\Delta u_R}{R.T}$

d'où $a = -\frac{2(-0,3-0,3)}{15\times 4.10^{-3}} = 20\ A.s^{-1}$.

- Déterminer **graphiquement** la **valeur** de u_L.

  Graphiquement on trouve : $u_L = 0,2\ V$.

- Calculer le **rapport** $\frac{u_L}{\frac{di}{dt}}$, puis **comparer** sa **valeur** avec L l'**inductance** de la **bobine**.

  On a $\frac{u_L}{\frac{di}{dt}} = \frac{0,2}{20} = 10\ mH$ on remarque que $L = \frac{u_L}{\frac{di}{dt}}$.

- Déduire la **relation** entre u_L et L et $\frac{di}{dt}$.

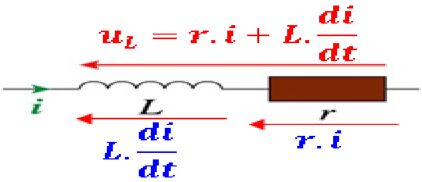
  La **relation** est : $u_L = L.\frac{di}{dt}$

- Donner l'**expression** de la **tension** u_L aux **bornes** de la **bobine** son **inductance** L et sa **résistance interne** r.

  L'**expression** de la **tension** est : $u_L = r.i + L.\frac{di}{dt}$.

3-3- Conclusion :

Pour une bobine sans noyau de fer, et en convention récepteur, la tension $u_L(t)$ aux bornes d'une bobine est exprimée par la relation : $u_L(t) = r.i + L.\frac{di}{dt}$



En régime permanent, la bobine se comporte comme un conducteur ohmique.
La bobine résiste l'établissement ou l'annulation du courant qui la traverse à cause du produit $L.\frac{di}{dt}$.

4– Exploitation de l'expression de tension aux bornes de la bobine :

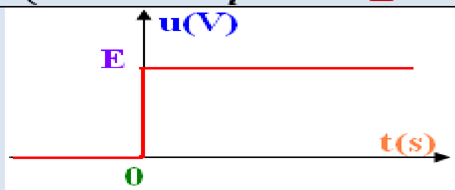
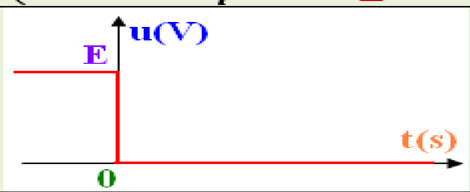
Lorsque la **résistance interne** de la **bobine** est **négligeable**, la **tension** entre ses **bornes** devient : $u_L(t) = L.\frac{di}{dt}$.

- Si l'**intensité** du **courant** $i(t)$ est **croissante**, alors : $u_L(t) > 0$.
- Si l'**intensité** du **courant** est **variée très rapide**, la **dérivée** $\frac{di}{dt}$ prend une **valeur très grande** et ainsi $u_L(t)$, d'où elle apparaît aux **bornes** de la **bobine** une **surtension**.
  Ce **phénomène** est utilisé par exemple pour provoquer des **étincelles** aux **bornes** de la **bougie** d'un **moteur** à **essence** et l'**allumage** des **lampes** au **néon**.

II – Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension :

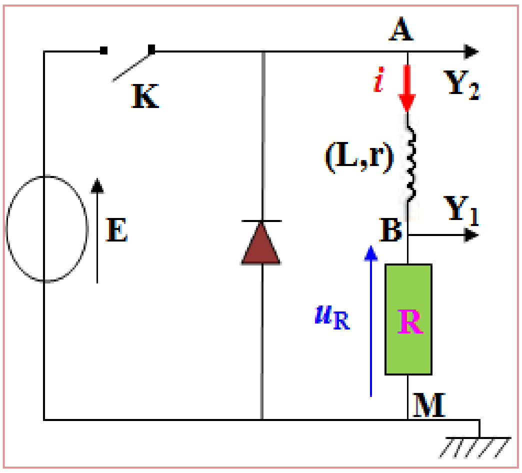
1– Définitions :

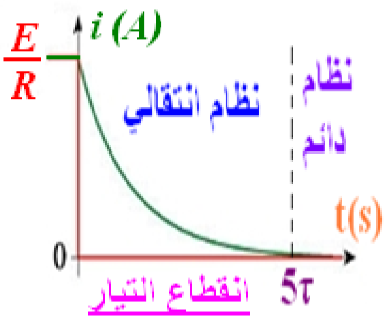
Le dipôle RL est l'association en série d'un conducteur Ohmique de résistance R et d'une bobine son inductance L et sa résistance interne r.

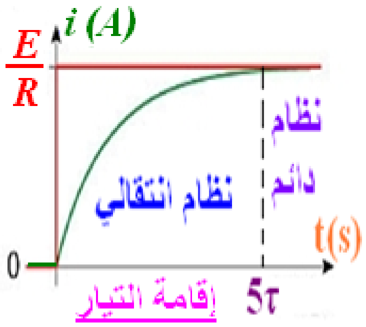
Un échelon de tension est un signal électrique u et on distingue entre :	
Echelon montant de tension définit par :	**Echelon descendant de tension définit par :**
$\begin{cases} on\ a\ u = 0\ pour\ t < 0 \\ on\ a\ u = E\ pour\ t \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} on\ a\ u = E\ pour\ t < 0 \\ on\ a\ u = 0\ pour\ t \geq 0 \end{cases}$
	

2– Etude expérimentale d'une réponse d'un dipôle RL :

En réalisant le **montage expérimental** suivant et lors de la **visualisation** de la **tension** u_R aux **bornes** du **conducteur ohmique**, on obtient les **courbes** suivantes :

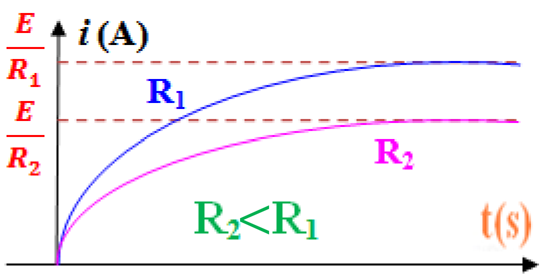


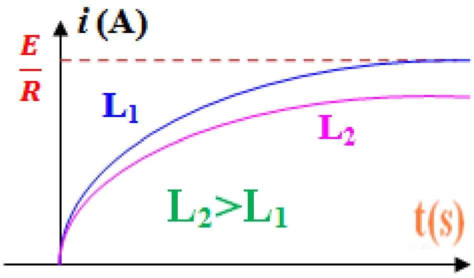




On remarque :

- La **tension** u_R aux **bornes** du **conducteur ohmique** est une **image** de l'**intensité** du **courant** traversant le **circuit** parce que $i = \frac{u_R}{R}$.
- L'**intensité** du **courant** traversant la **bobine** est **continuée**.
- On distingue entre **deux régimes** :
  - **Régime transitoire :** l'**intensité** du **courant** pendant lequel **croît** ou **décroît** et on l'obtient lorsque $t < 5\,\tau$
  - **Régime permanent :** on l'obtient lorsque $t > 5\,\tau$ pendant lequel l'**intensité** du **courant** **reste constante** et a pour **valeur** égale $\frac{E}{R}$ lors de l'**établissement** du **courant** et **nulle** lors de **l'annulation** du **courant**.
- **La durée de l'établissement ou l'annulation** du **courant** **augmente** lorsque **la valeur de L augmente ou la valeur de R deminue**. (Voir la figure suivante)





3– Réponse d'un dipôle RL à un échelon montant : établissement du courant

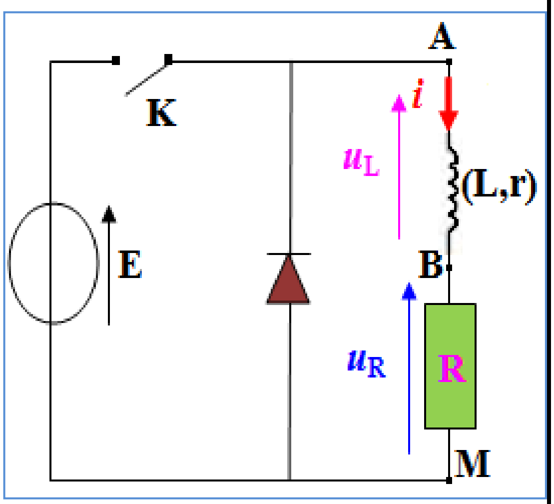
3-1- Equation différentielle :

On considère le **circuit** représenté ci-contre, à l'**instant** $t = 0$ on **ferme** l'**interrupteur** K, la **tension** u_{AM} aux **bornes** de **circuit** prend la **valeur** E **(échelon montant)**. On a selon la **loi d'additivité des tensions** : $u = u_R + u_L = E$

Et selon la **loi d'Ohm** : $u_R = R.i$ et on a

$u_L(t) = r.i + L.\frac{di}{dt}$ alors $Ri + r.i + L.\frac{di}{dt} = E$

On pose $R_t = R + r$ donc $L.\frac{di}{dt} + R_t.i = E$.



L'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant est : $\frac{di}{dt} + \frac{R_t}{L}.i = \frac{E}{L}$

3-2- Solution de l'équation différentielle :

On admet que la **solution** de l'**équation différentielle** $\frac{di}{dt} + \frac{R_t}{L}.i = \frac{E}{L}$ s'écrit sous la forme : $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ avec A et B et α des **constantes**.

On a $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ alors $\frac{di}{dt} = -\alpha.A.e^{-\alpha t}$ et on remplace ces **expressions** dans l'**équation différentielle** : $-L.\alpha.A.e^{-\alpha t} + R_t.Ae^{-\alpha t} + R_t.B = E$

Donc $(R_t - L.\alpha).A.e^{-\alpha t} = E - R_t.B$

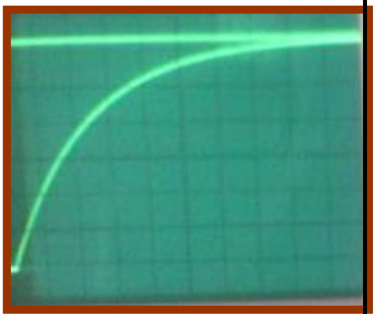
On sait que $A \neq 0$ et pour que cette **relation** soit **vérifiée** quelque soit t il faut que :

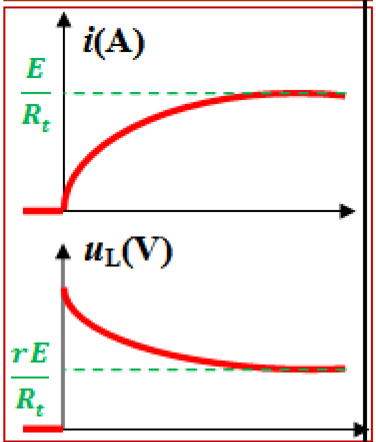
$$\begin{cases} R_t - L.\alpha = 0 \\ E - R_t.B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{R_t}{L} \\ B = \frac{E}{R_t} \end{cases}$$

Donc $i(t) = Ae^{-\frac{R_t}{L}t} + \frac{E}{R_t}$.

Puisque l'**intensité** du **courant** est une **fonction continuée** et selon les **conditions initiales** $i(t_0) = 0$ Donc $i(t_0) = A + \frac{E}{R_t} = 0$ ainsi $A = -\frac{E}{R_t}$

alors $i(t) = -\frac{E}{R_t}e^{-\frac{R_t}{L}t} + \frac{E}{R_t}$.





On pose $\tau = \frac{L}{R_t}$

L'expression de l'intensité du courant traversant le circuit RL est : $i(t) = \frac{E}{R_t}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

Puisque $u_L(t) = r.i + L.\frac{di}{dt}$ **donc l'expression de la tension** u_L **aux bornes de la bobine est :**

$$u_L(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{rE}{R_t}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

On remarque que la tension $u_L(t)$ est discontinuée à $t = 0$.
Lorsque r est négligeable devant R, l'expression de la tension aux bornes de la bobine devient $u_L(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

3-3- Constante de temps :

On a pour une **bobine** de **résistance interne négligeable** $u_L(t) = L.\frac{di}{dt}$ et $\tau = \frac{L}{R}$.

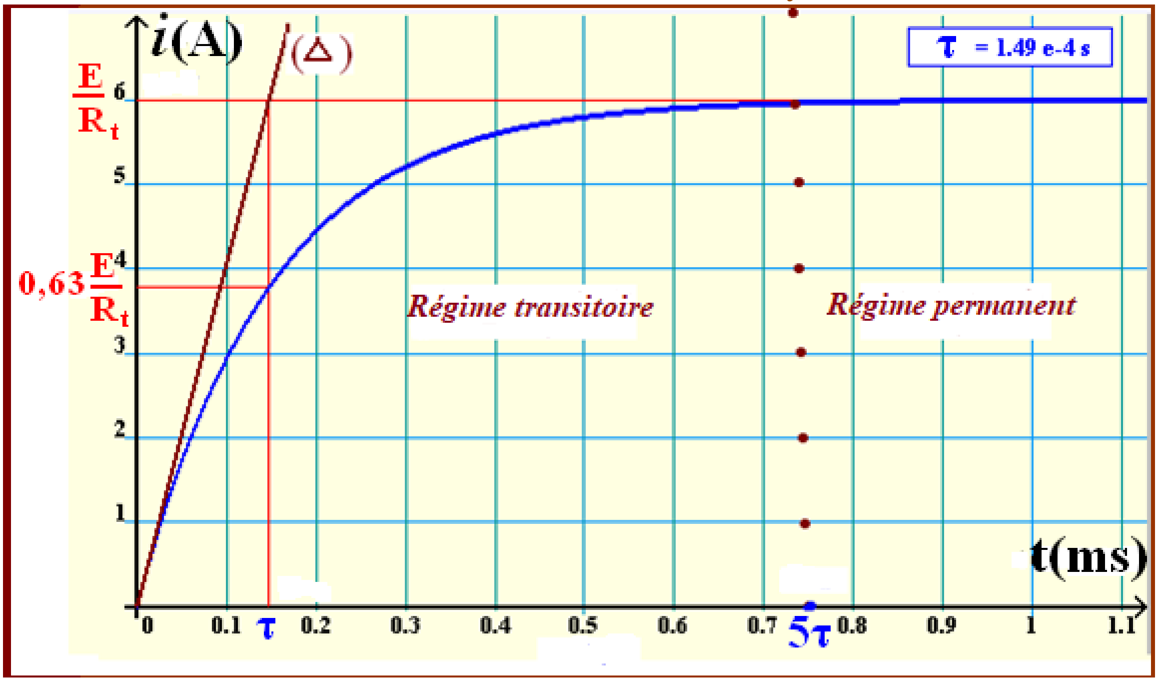
Donc $[u_L] = \frac{[L].[I]}{[t]}$ alors $[L] = \frac{[U].[t]}{[I]}$ et on sait que $[R] = \frac{[U]}{[I]}$ Donc $[\tau] = \left[\frac{L}{R}\right]$

Donc $[\tau] = \frac{[U].[t]}{[I]} \times \frac{[I]}{[U]} = [t]$ alors $[\tau] = [t]$ ainsi la **constante** τ est **homogène** à un **temps**.

On appelle la grandeur $\tau = \frac{L}{R_t}$ constante de temps d'un dipôle RL, car elle est homogène à un temps, son unité dans (S.I) est seconde s.

Détermination de la constante de temps τ :

- En **connaissant** L et R_t, on calcule $\tau = \frac{L}{R_t}$.
- On a $i(\tau) = \frac{E}{R_t}(1 - e^{-1}) = 0,63\ \frac{E}{R_t}$ donc τ l'**abscisse** correspond à l'**ordonné** $0,63\ \frac{E}{R_t}$
- τ Est **l'abscisse du point d'intersection de la tangente** à la **courbe** $i = f(t)$ à l'**instant** $t = 0$ avec l'**asymptote horizontale** $i = \frac{E}{R_t}$.



4– Réponse d'un dipôle RL à un échelon descendant : annulation du courant

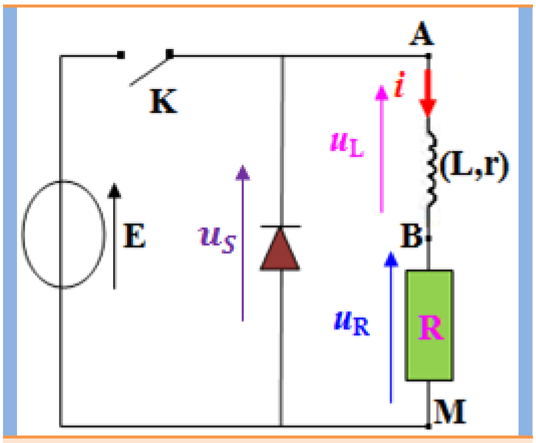
4-1- Equation différentielle :

Lorsqu'on **ouvre** le **circuit**, la **tension** aux **bornes** du **dipôle** RL passe de la **valeur** E à la **valeur** 0.
On considère que la **diode** est **idéale** ($u_S = 0$) et selon la **loi d'additivité des tensions** :

$$u_R + u_L = u_S = 0$$

Donc $Ri + r.i + L.\frac{di}{dt} = 0$ alors $L.\frac{di}{dt} + R_t.i = 0$

avec $R_t = R + r$



La diode est ajoutée au circuit pour éviter l'apparition de la surtension lors de l'ouverture de l'interrupteur.

L'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant i pendant la rupture du courant est :
$\tau.\frac{di}{dt} + i = 0$ **avec** $\tau = \frac{L}{R_t}$ **la constante de temps.**

4-2- Solution de l'équation différentielle :

On admet que la solution de l'**équation différentielle** $\tau.\frac{di}{dt} + i = 0$ s'écrit sous la forme : $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ avec A et B et α des **constantes**.

On a $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$ alors $\frac{di}{dt} = -\alpha . A . e^{-\alpha t}$ et on remplace ces **expressions** dans l'**équation différentielle** : $-\tau . \alpha . A . e^{-\alpha t} + Ae^{-\alpha t} + B = 0$

Donc $(1 - \tau . \alpha) . A . e^{-\alpha t} = -B$

On sait que $A \neq 0$ et pour que cette **relation** soit **vérifiée** quelque soit t il faut que :

$\begin{cases} 1 - \tau . \alpha = 0 \\ B = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{\tau} \\ B = 0 \end{cases}$ Donc $i(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$.

Puisque l'**intensité** du **courant** $i(t)$ est une **fonction continuée** et selon les **conditions initiales** $i(t_0) = \frac{E}{R_t}$. Donc $i(t_0) = A = \frac{E}{R_t}$ ainsi $A = \frac{E}{R_t}$

alors $i(t) = \frac{E}{R_t} e^{-\frac{t}{\tau}}$.

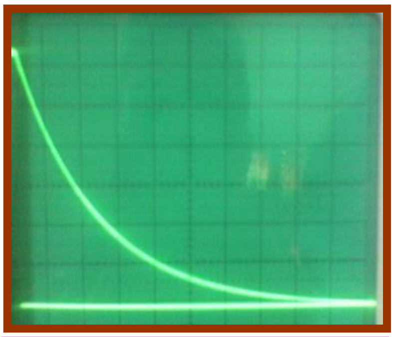
L'expression de l'intensité du courant i pendant la rupture du courant est : $i(t) = \frac{E}{R_t} e^{-\frac{t}{\tau}}$

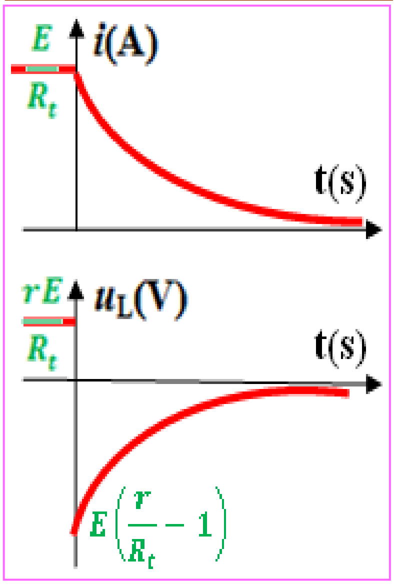
Puisque $u_L(t) = r.i + L.\frac{di}{dt}$ donc l'expression de la tension u_L aux bornes de la bobine est :

$$u_L(t) = E.\left(\frac{r}{R_t} - 1\right).e^{-\frac{t}{\tau}}$$

On remarque que la tension $u_L(t)$ est discontinuée à l'instant $t = 0$.

La tension croit exponentiellement de la valeur $E.\left(\frac{r}{R_t} - 1\right)$ jusqu'elle soit nulle.



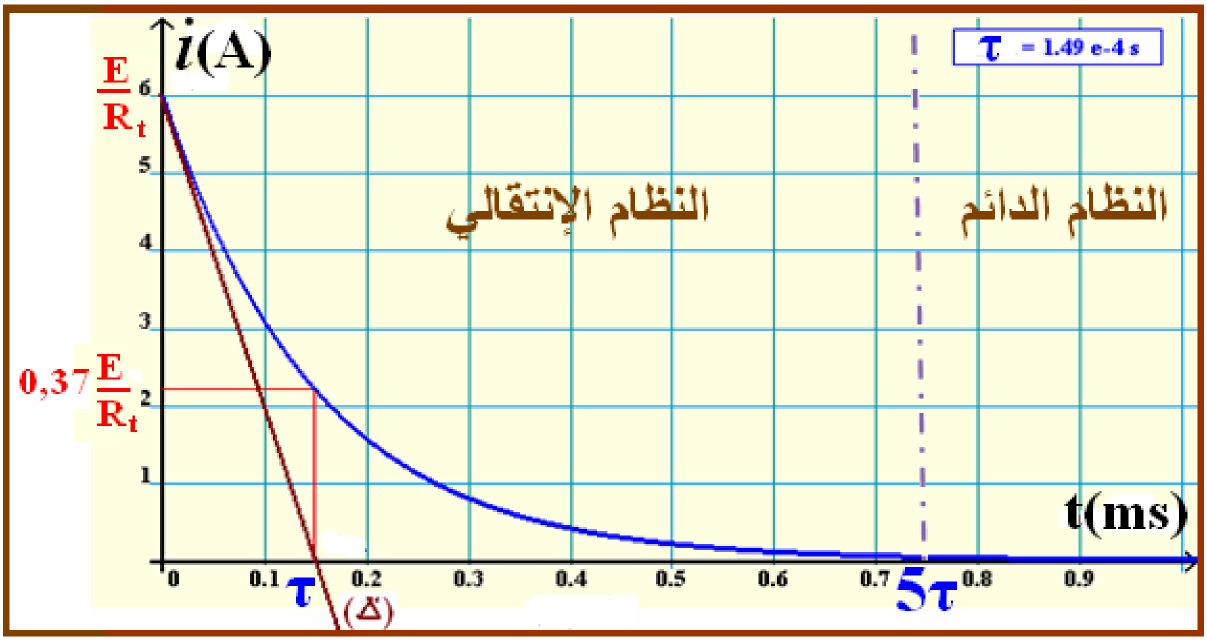


4-3- Constante de temps :

On appelle la grandeur $\tau = \frac{L}{R_t}$ constante de temps d'un dipôle RL, car elle est homogène à un temps, son unité dans (S.I) est seconde s.

Détermination de la constante de temps τ :

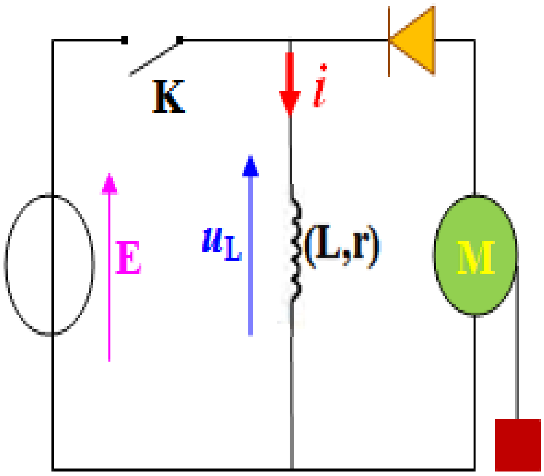
- En connaissant L et R_t, on calcule $\tau = \frac{L}{R_t}$.
- On a $i(\tau) = \frac{E}{R_t} e^{-\frac{\tau}{\tau}} = \frac{E}{R_t} e^{-1} = 0,37 \frac{E}{R_t}$ donc τ l'**abscisse** correspond à l'**ordonné** $0,37 \frac{E}{R_t}$
- τ **Est l'abscisse du point d'intersection de la tangente** à la courbe $i = f(t)$ à l'instant $t = 0$ avec **l'axe des abscisses**.



III – Energie emmagasinée dans une bobine :

1– Mise en évidence :

On considère le **montage** utilisé ci-contre.



- Lorsqu'on **ferme** l'**interrupteur**, **le courant passe dans la bobine tandis que la diode polarisée dans le sens inverse ne laisse pas le courant passer dans le moteur et ce dernier reste immobile**.
- Lorsqu'on **ouvre** l'**interrupteur**, **l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine est transférée au moteur et ce dernier tourne**.
- **L'énergie emmagasinée** dans la **bobine** **augmente** lorsqu'on **augmente** l'**intensité du courant** traversant la **bobine** ou son **inductance**.

2– Expression de l'énergie emmagasinée par la bobine :

La **puissance électrique reçu** par la **bobine** lorsque l'**interrupteur** est **fermé** est :

$$\mathcal{P} = u_L.i = r.i^2 + i.L.\frac{di}{dt} = r.i^2 + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}L.i^2\right) = \mathcal{P}_{th} + \mathcal{P}_m$$

On sait que $\mathcal{P}_m = \frac{dE_m}{d}$ donc $E_m = \frac{1}{2}L.i^2 + K$ avec K **constante**.

A l'**instant** $t = 0$ on a $i(0) = 0$ et $E_m = 0$ donc $K = 0$

Alors $E_m = \frac{1}{2}L.i^2$.

Le **stockage** de l'**énergie** ou le **déstockage** de l'**énergie** dans une **bobine** ne se fait pas en **même temps**, alors l'**intensité du courant** traversant la **bobine** est une **fonction continue** $i = \sqrt{\frac{2\,E_m}{L}}$.