Quatrième Partie : La mécanique
Unité 4
4 H

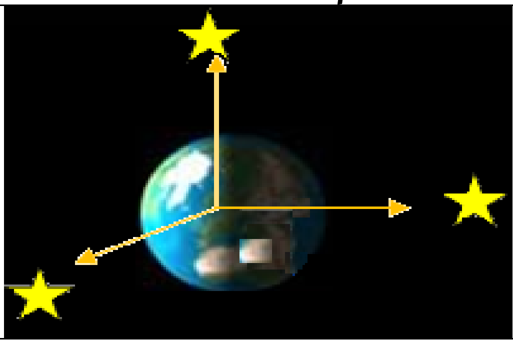
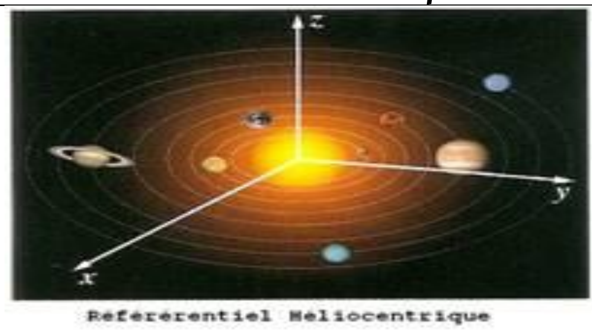
Quelques applications des lois de Newton
(Satellites & planètes)

بسم الله الرحمن الرحيم
السلام عليكم ورحمة الله وبركاته

$2^{éme}$ Bac Sciences Physique
(PC / SM)

I – Rappel :

L'**étude** du **mouvement** des planètes s'effectue dans un repère héliocentrique (on se place au **centre** du **soleil**).
L'**étude** du **mouvement** des satellites de la terre se fait dans un repère géocentrique (on se place au **centre** de la **terre**).

Référentiel géocentrique	Référentiel héliocentrique
Constitué du centre de la Terre et de trois étoiles lointaines considérées fixes dans le ciel	*Constitué du centre du soleil et de trois étoiles lointaines considérées fixes.*
	

Ces **deux référentiels** sont considérés comme **galiléens** (les **lois** de **Newton** y sont **applicables**).

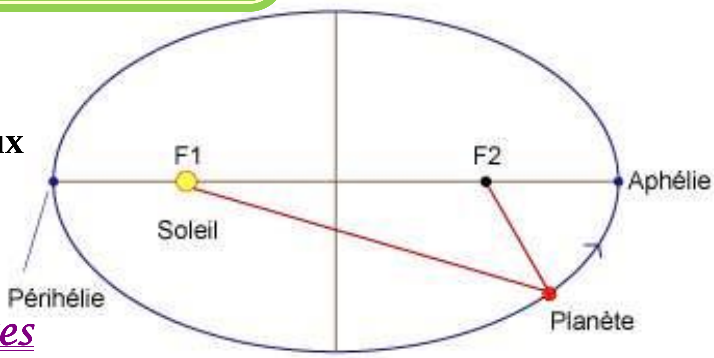
II – Lois de Kepler :

1– Cas de la trajectoire elliptique :

1-1- La première loi : Loi des orbites elliptiques

Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre d'inertie d'une planète est elliptique dont l'un des foyers est le centre de soleil.

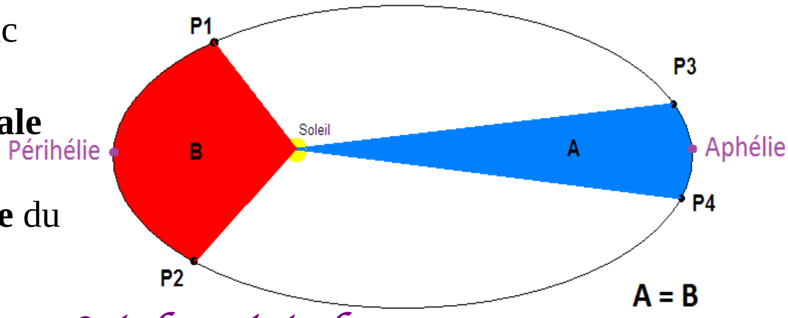
L'**ellipse** est une **courbe plane** dont la **somme** des **deux distances** séparant un **point** P (**planète**) de cette **courbe** des **deux foyers** F_1 et F_2 de l'**ellipse**, est **constant** :
$F_1P + F_2P = 2.a$, tel que « a » le **demi grand axe** de l'**ellipse** .



1-2- La deuxième loi : Loi des aires

Le segment de droite $[SP]$ reliant le soleil (S) à une planète (P) balaie des aires égales pendant des durées égales.

La **vitesse** d'une **planète** devient donc **plus grande** lorsque la **planète** se **rapproche** du **soleil**. Elle est **maximale** au **voisinage** du **rayon** le **plus court** (**périhélie**), et **minimale** au **voisinage** du **rayon** le **plus grand** (**aphélie**).



1-3- La troisième loi de Kepler : Loi des périodes

La **période de révolution** T d'une **planète** est la **durée nécessaire** pour effectuer un **tour complet** dans **son orbite**.

Le carré de la période de révolution T d'une planète est proportionnel au cube du demi-grand axe a de la trajectoire elliptique de la planète : $\frac{T^2}{a^3} = k$ avec T en (s) , et a en (m) , k est une constante indépendante de la masse de la planète.

2– Cas de la trajectoire circulaire :

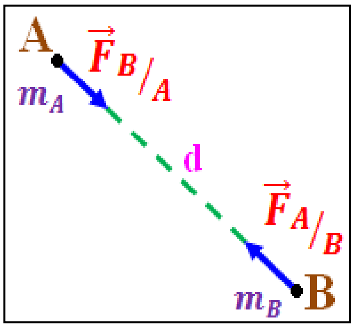
Pour les **planètes** d'**orbite** considéré circulaire de **rayon** r, on applique les **lois** de **Kepler** en considérant que les **foyers** de l'**ellipse** sont **confondus** avec le **centre** du **cercle**.

↳ **Loi des aires :** il en découle que la vitesse de la **planète** autour du **soleil** est constante.

↳ **Loi des périodes :** $\frac{T^2}{r^3} = cte$ tel que r est le **rayon** du **cercle**.

III – Application de la deuxième loi de Newton :

1– Loi de la gravitation universelle :



Deux corps ponctuels A et B de **masses** respectives m_A et m_B s'attirent avec des **forces** de **mêmes valeurs** (mais de **sens opposés**), **proportionnelles** à **chacune** des **masses** et **inversement proportionnelle** au **carré** de la **distance** qui les **sépare** $d = AB$. Cette **force** a pour **direction** la **droite** passant par les **centres** de **gravité** de **ces deux corps** : $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = -G\frac{m_A \times m_B}{d^2}\overrightarrow{u_{AB}}$

La **constante gravitationnelle** $G = 6,67.10^{-11} N.m^2.kg^{-2}$ et $\overrightarrow{u_{AB}}$ **vecteur unitaire dirigé** de A vers B.

Remarque : cette loi reste valable pour **deux corps non ponctuels**, de **centres d'inertie** situés respectivement en A et B.

2– Application de la loi fondamentale de la dynamique au centre d'inertie d'une planète :

On considère une **planète** de **masse** m et de **centre d'inertie** P en **mouvement circulaire** autour du **soleil** de **masse** m_S. Pour étudier le **mouvement** de cette **planète** on choisit le **référentiel héliocentrique** considéré **galiléen**.

2-1- Nature du mouvement :

La **planète** est soumise à la **force** d'**attraction universelle** du **soleil** : $\vec{F}_{S/P} = -G\frac{m_S \times m}{r^2}\overrightarrow{u_{SP}}$

En appliquant la **loi fondamentale** de la **dynamique** à la **planète** on écrit :

$\vec{F}_{S/P} = m\vec{a}_P$ c-à-d $-G\frac{m_S \times m}{r^2}\overrightarrow{u_{SP}} = m.\vec{a}_P$ d'où $\vec{a}_P = -G\frac{m_S}{r^2}\overrightarrow{u_{SP}} = G\frac{m_S}{r^2}\vec{n}$.

Ce qui montre que $\overrightarrow{a_P}$ est **centripète** de **module constant** $a_P = G\frac{m_S}{r^2} = cte$.
On déduit que le **mouvement** de la **planète** est **circulaire uniforme**.

2-2- Vitesse de la planète :

D'une part, on a : $a_P = G\frac{m_S}{r^2}$ et d'autre part, on sait que l'**expression** de la **composante normale** du **vecteur accélération** est : $a_P = a_N = \frac{v^2}{r}$.

D'où : $\frac{v^2}{r} = G\frac{m_S}{r^2}$ c-à-d $v = \sqrt{G\frac{m_S}{r}}$.

Cette **expression** montre que la **vitesse** de la **planète** est **indépendante** de sa **masse**.

2-3- Période orbitale d'une planète :

Le **mouvement** de la **planète** est **circulaire uniforme** de **période** : $T = \frac{2\pi}{\omega}$

on sait que : $\omega = \frac{v}{r}$ d'où : $T = \frac{2\pi}{v}r$. alors : $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.m_S}}$.

Remarque : ↳ On a : $T^2 = 4\pi^2\frac{r^3}{G.m_S}$ d'où $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_S} = cte$. Cette **relation** représente **la troisième loi de Kepler**.
↳ Connaissant la **période de révolution** T de la **planète** étudiée et le **rayon** de son **orbite**, on peut calculer la **masse** m_S du **soleil**.

3– Application de la loi fondamentale de la dynamique à un satellite terrestre :

Les **satellites terrestres** sont des **corps** en **mouvement orbital** autour de la **terre** pour une **mission** bien **précise**.

3-1- Nature du mouvement :

Pour étudier le **mouvement** d'un **satellite terrestre** de **mouvement circulaire** autour de la **terre**, on utilise le **référentiel géocentrique**.
En conservant les **mêmes relations** obtenues au **paragraphe 2** et en remplaçant la **masse** du **soleil** m_S par la **masse** de la **terre** m_T, on obtient les **résultats suivants** :

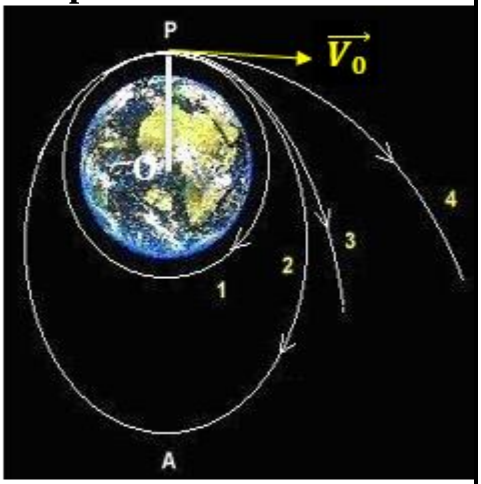
Dans le référentiel géocentrique, le mouvement d'un satellite autour de la terre est circulaire uniforme de vitesse $v = \sqrt{\frac{G.m_T}{r}} = \sqrt{\frac{G.m_T}{R_T+h}}$ et de période orbitale $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{G.m_T}}$, tel que R_T le rayon de la terre et h l'altitude du satellite de sa surface.

Remarque : Lorsque l'**altitude** d'un **satellite** de la **terre** **croît**, sa **période orbitale croît** également alors que sa **vitesse décroît**.

3-2- Vitesse de satellisation :

La satellisation en astronautique est le fait d'imprimer à un satellite un mouvement périodique autour d'une planète.

La **technique** de la mise d'un **satellite** dans son **orbite** est **complexe**. Pour la simplifier on considère qu'elle se fait en **deux étapes** :



↬ Porter le **satellite** par une **navette spatiale** (voir la figure ci-contre) à un **point** $\boldsymbol{P}$ situé à une **altitude** $\boldsymbol{h}$ de la **surface** de la **terre**.

↬ Le **libérer** avec une **vitesse** $\overrightarrow{v_0}$ **perpendiculaire** à $\overrightarrow{OP}$.

On distingue **deux vitesses initiales** propres au **satellite** et qui dépendent de l'**altitude** $\boldsymbol{h}$:

v_l : **Vitesse** avec laquelle le **satellite** se libère de la **force** de **gravitation terrestre**.

v_S : **Vitesse** de **satellisation**.

La **nature** de la **trajectoire** d'un **satellite** dépende de la **vitesse initiale** v_0, tel que si :

- ✓ $v_0 < v_S$: le **satellite** retombe sur la **terre**.
- ✓ $v_0 = v_S$: la **trajectoire** du **satellite** est **circulaire** (**trajectoire 1**).
- ✓ $v_S < v_0 < v_l$: la **trajectoire** du **satellite** est **elliptique** dont l'un des **foyers** est le **centre** de la **terre** (**trajectoire 2**).
- ✓ $v_0 = v_l$: le **satellite** s'éloigne de la **terre** suivant une **parabole** (**trajectoire 3**).
- ✓ $v_0 > v_l$: le **satellite** s'éloigne de la **terre** suivant une **hyperbole** (**trajectoire 4**).

Remarque :

Vu les **actions résultant** de la **lune** et du **soleil** et vu l'**asymétrie** de la **terre**, les **trajectoires** des **satellites** ne sont pas **fixes**. Du coup, elles sont **corrigées** de la **terre** à partir des **centres** d'**orientation**.

3-3- Satellites géostationnaires :

Un satellite est géostationnaire s'il reste immobile pour un observateur terrestre.

Pour qu'un **satellite** soit **géostationnaire**, il doit vérifier les **conditions suivantes** :

↬ Son **orbite** appartient au **plan équatorial**.

↬ Le **sens** de **son mouvement** est le **même** que **celui** de la **terre** autour d'elle-même.

↬ Sa **période de révolution** est égale à celle de la **terre** autour d'elle-même :

$\boldsymbol{T = 1\ jour\ sidéral = 86164\ s}$.

Ceci n'est vérifié que si le **satellite** est **mis** en **orbite** à une **altitude** $\boldsymbol{Z}$ bien **précise**.

On a : $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{G.m_T}}$ puisque $R_T \ll h$, on trouve : $h = \sqrt[3]{\frac{T^2.G.m_T}{4\pi^2}}$

Application numérique : $\boldsymbol{h = 36000\ km}$.