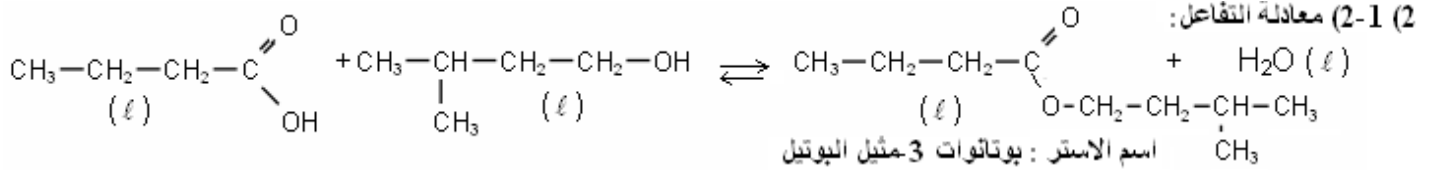


1-1 (1) زمن نصف التفاعل هي المدة الزمنية اللازمة لوصول تقدم التفاعل إلى نصف قيمته النهائية.  $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$  مبيانيا نجد  $t_{1/2} = 15ms$

1-2 (-) حجم الكحول المستعمل  $V_B = \frac{m(B)}{\rho(B)} = \frac{n(B) \cdot M(B)}{\rho(B)} = \frac{0,12 \times 88}{0,810} = 13mL$  ومنه حجم الخليط :  $V = V_A + V_B = 11 + 13 = 24mL$

السرعة الحجمية عند اللحظة  $t = 0$  تعطى العلاقة التالية : مبيانيا نجد :  $v = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt}$

$$v = \frac{1}{V} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{24 \cdot 10^{-3}} \times \frac{(0,08 - 0)}{(25 - 0) \times 60} = 2,2 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1} \text{ أو } v = \frac{1}{V} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{24} \times \frac{(0,08 - 0)}{(25 - 0)} = 1,3 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot mL^{-1} \cdot mn^{-1}$$



(2-2) كمية مادة الحمض البدينية :  $n_{o(A)} = \frac{m(A)}{M(A)} = \frac{\rho(A)V(A)}{M(A)} = \frac{0,956 \times 11}{88} \approx 0,12 \text{ mol}$

(2-3) جدول تقدم التفاعل :

A + B $\rightleftharpoons$ E + H <sub>2</sub> O				معادلة التفاعل	
(mol)				التقدم	الحالة
كميات المادة					
0,12	0,12	0	0	0	الحالة البدينية
0,12 - x	0,12 - x	x	x	x	حالة التحول
0,12 - x <sub>éq</sub>	0,12 - x <sub>éq</sub>	x <sub>éq</sub>	x <sub>éq</sub>	x <sub>éq</sub>	الحالة النهائية

$K = 4 \iff x_{éq} = 0,08 \text{ mol}$  مبيانيا نجد  $K = Q_{r,éq} = \frac{[E]_{éq} \cdot [eau]_{éq}}{[A]_{éq} \cdot [B]_{éq}} = \frac{\frac{x_{éq}}{V} \cdot \frac{x_{éq}}{V}}{\frac{n_A - x_{éq}}{V} \cdot \frac{n_B - x_{éq}}{V}} = \frac{x_{éq}^2}{(0,12 - x_{éq})^2}$

(2-4) جدول تقدم التفاعل : الحالة النهائية

A + B $\rightleftharpoons$ E + H <sub>2</sub> O				معادلة التفاعل	
(mol)				التقدم	الحالة
كميات المادة					
0,12	0,24	0	0	0	الحالة البدينية
0,12 - x	0,24 - x	x	x	x	حالة التحول
0,12 - x <sub>f</sub>	0,24 - x <sub>f</sub>	x <sub>f</sub>	x <sub>f</sub>	x <sub>f</sub>	الحالة النهائية

$x_{\max} = 0,12 \text{ mol}$   $K = \frac{[E]_f \cdot [eau]_f}{[A]_f \cdot [B]_f} = \frac{\frac{x_f}{V} \cdot \frac{x_f}{V}}{\frac{n_A - x_f}{V} \cdot \frac{n_B - x_f}{V}} = \frac{x_f^2}{(0,12 - x_f) \cdot (0,24 - x_f)} = 4$

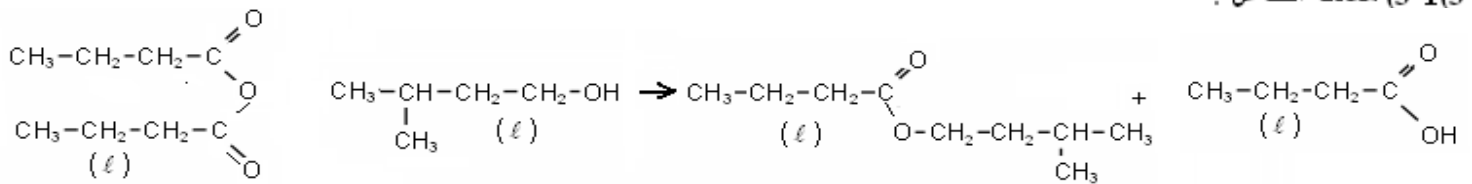
ثابتة التوازن التي لا تتعلق سوى بدرجة الحرارة ستحتفظ بنفس القيمة السابقة.

ومنه نجد :  $3x_f^2 - 1,44x_f + 0,1152 = 0$

$\Delta = 0,6912$  هناك حلين :  $x_1 = 0,38 \text{ mol} > x_{\max}$  لا يمكن  $x_2 = 0,1 \text{ mol}$  إذن :  $x_f = 0,1 \text{ mol}$

(ب) مردود التفاعل :  $r = \frac{x_{\text{exp}}}{x_{\max}} = \frac{0,1}{0,12} = 0,83 = 83\%$

(3-1) معادلة التفاعل :



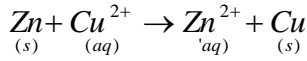
AN + B $\rightarrow$ E + A				معادلة التفاعل	
(mol)				التقدم	الحالة
كميات المادة					
0,085	0,24	0	0	0	الحالة البدينية
0,085 - x	0,24 - x	x	x	x	حالة التحول
0,085 - x <sub>max</sub>	0,24 - x <sub>max</sub>	x <sub>max</sub>	x <sub>max</sub>	x <sub>max</sub>	الحالة النهائية

(3-2) التفاعل كلي  $\iff$  كمية مادة الاستر الناتج :  $n(E) = x_{\max}$  ومنه :  $m(E) = x_{\max} \cdot M(E) = 0,085 \times 158 = 13,4g$

الصيغة الإجمالية للاستر :  $E$  هي :  $C_9H_{18}O_2$   $\iff$  كتلته المولية :  $M = 158g/mol$

الجزء الثاني :  
(1-1) إلكتروود النحاس هي التي تلعب دور الكاثود .

(1-2) بجوار الأنود يحدث تفاعل الأكسدة التالي :  $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$   
وبجوار الكاثود يحدث تفاعل الاختزال التالي :  $Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$  : **حصيلة التفاعل :**



جدول تقدم التفاعل:

معادلة التفاعل				التقدم	الحالة
(mol) كميات المادة					
$n_i(Zn)$	$[Cu^{2+}]_i \times V$	$[Zn^{2+}]_i \times V$	$n_i(Cu)$	0	الحالة البدئية
$n_i(Zn) - x$	$[Cu^{2+}]_i \times V - x$	$[Zn^{2+}]_i \times V + x$	$n_i(Cu) + x$	x	حالة التحول

من خلال نصف المعادلة :  $Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$  يتضح أن كمية مادة  $Cu^{2+}$  المتفاعلة :  $n(Cu^{2+}) = \frac{n(e^-)}{2}$

ومن خلال جدول تقدم التفاعل كمية مادة  $Cu^{2+}$  المتفاعلة :  $x = \frac{n(e^-)}{2}$  إذن :  $n(Cu^{2+}) = x$

ونعلم أن :  $n(e^-) = \frac{Q}{F}$  : إذن :  $x = \frac{Q}{2.F}$  كذلك من خلال جدول تقدم التفاعل :

$$\Delta[Cu^{2+}] = -\frac{Q}{2.F.V} \Leftrightarrow [Cu^{2+}] = [Cu^{2+}]_i - \frac{Q}{2.F.V} \quad \text{أي} \quad [Cu^{2+}] = \frac{[Cu^{2+}]_i \times V - x}{V} = [Cu^{2+}]_i - \frac{x}{V}$$

كمية الكهرباء الممررة في الدارة عندما يصبح تركيز الأيونات  $Cu^{2+}$  في الكأس :  $[Cu^{2+}] = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$  هي :  
 $Q = I \Delta t = -\Delta[Cu^{2+}] \times 2.F.V = (10^{-2} - 2,5 \times 10^{-3}) \times 2 \times 96500 \times 150 \times 10^{-3} = 217C$

(2-1) إلكتروود الزنك هي التي تلعب دور الكاثود .

(2-2) بجوار الأنود يحدث تفاعل الأكسدة التالي :  $Cu \rightarrow Cu^{2+} + 2e^-$

وبجوار الكاثود يحدث تفاعل الاختزال التالي :  $Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$

حصيلة التفاعل الذي يحدث :  $Zn^{2+} + Cu \rightarrow Zn + Cu^{2+}$

(aq)      (s)      (s)      (aq)

(2-3) لنحدد تركيز أيونات الزنك في اللحظة  $t=0$  أي عند وضع قاطع التيار في الموضع 2.

$$[Zn^{2+}]_o = [Zn^{2+}]_i + \frac{I \Delta t}{2.F.V} = 10^{-2} + \frac{217}{2 \times 96500 \times 0,15} = 17,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

معادلة التفاعل				التقدم	الحالة
(mol) كميات المادة					
$[Zn^{2+}]_o \times V$	$n_o(Cu)$	$n_o(Zn)$	$[Cu^{2+}]_o \times V$	0	الحالة البدئية
$[Zn^{2+}]_o \times V - x$	$n_o(Cu) - x$	$n_o(Zn) + x$	$[Cu^{2+}]_o \times V + x$	x	حالة التحول

من خلال نصف المعادلة :  $Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$  يتضح أن كمية مادة  $Zn^{2+}$  المتفاعلة :  $n(Zn^{2+}) = \frac{n(e^-)}{2}$

ومن خلال جدول تقدم التفاعل كمية مادة  $Zn^{2+}$  المتفاعلة :  $x = \frac{n(e^-)}{2}$  إذن :  $n(Zn^{2+}) = x$

ونعلم أن :  $n(e^-) = \frac{I \Delta t}{F}$  : إذن :  $x = \frac{I \Delta t}{2.F}$  كذلك من خلال جدول تقدم التفاعل :

$$[Zn^{2+}]_o - [Zn^{2+}]_{\Delta t} = \frac{I \Delta t}{2.F.V} \Leftrightarrow [Zn^{2+}]_{\Delta t} = [Zn^{2+}]_o - \frac{I \Delta t}{2.F.V} \quad \text{أي} \quad [Zn^{2+}] = [Zn^{2+}]_o - \frac{x}{V}$$

$$\Delta t = \frac{[Zn^{2+}]_o - [Zn^{2+}]_{\Delta t}}{I} \times 2.F.V \quad \text{ومنه} :$$

$$\Delta t = \frac{2 \times 96500 \times 0,15}{15 \cdot 10^{-3}} \times (17,5 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-3}) = 24125s = 6h42mn5s \quad \text{ت.ع.}$$

$$\lambda_R = \frac{\lambda_{oR}}{n_R} \quad \Leftarrow \quad n_R = \frac{\lambda_{oR}}{\lambda_R} \quad \text{لدينا (1-1)}$$

$$B = \frac{n_R - n_V}{\frac{1}{\lambda_{oR}^2} - \frac{1}{\lambda_{oV}^2}} = \frac{1,51 - 1,52}{\frac{1}{0,768^2} - \frac{1}{0,434^2}} = 2,77 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}^2 \quad \Leftarrow \quad n_R - n_V = B \left( \frac{1}{\lambda_{oR}^2} - \frac{1}{\lambda_{oV}^2} \right) \quad \Leftarrow \quad \begin{cases} n_R = A + \frac{B}{\lambda_{oR}^2} \\ n_V = A + \frac{B}{\lambda_{oV}^2} \end{cases} \quad (1-2)$$

لدينا

$$A = n_R - \frac{B}{\lambda_{oR}^2} = 1,51 - \frac{2,77 \cdot 10^{-3}}{0,768^2} = 1,5 \quad \Leftarrow \quad n_R = A + \frac{B}{\lambda_{oR}^2}$$

$$d = \frac{2\lambda D}{a} \quad \Leftarrow \quad \theta = \frac{d}{2D} = \frac{\lambda}{a} \quad \text{لدينا (2-1)}$$

$$2\lambda D = \frac{\Delta d}{\Delta\left(\frac{1}{a}\right)} = \frac{(6-2) \cdot 10^{-3}}{(3-1) \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{-6} \text{m}^2 \quad \text{مبيانيا المعامل الموجه (2-2)}$$

$$\lambda = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot D} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 1,5} \approx 667 \times 10^{-9} \text{m} = 667 \text{nm} \quad \text{ومنه :}$$

تمرين 2:

$$1 \leftarrow c, \quad 0 \leftarrow b, \quad 2 \leftarrow a \quad (1-1)$$

$$(1) \quad u_c = 1,5 \cdot t \quad \Leftarrow \quad k = \frac{\Delta u_c}{\Delta t} = \frac{2,25 \cdot 0}{1,5 \cdot 0} = 1,5 \text{V/s} \quad \text{مع } u_c = k \cdot t \quad \text{أن (a) المنحنى من خلال المنحنى}$$

$$I = k \cdot C = 1,5 \cdot C = 1,5 \times 0,1 = 0,15 \text{A} \quad \text{ومنه } \frac{I_o}{C} = k \quad \text{أي } \frac{I \cdot t}{C} = k \cdot t \quad \text{إذن (2) } u_c = \frac{I_o \cdot t}{C} \quad \text{مع } q = I \cdot t \quad u_c = \frac{q}{C} \quad \text{ولدينا}$$

$$(1-2) \quad \text{أ) خلال الشحن لدينا : } u_c = \frac{I_o}{C} \cdot t \quad \Leftarrow \quad \frac{du_c}{dt} = \frac{I_o}{C} \quad \Leftarrow \quad \text{مع } u_c = \frac{q}{C} \quad \frac{dq}{dt} = I_o$$

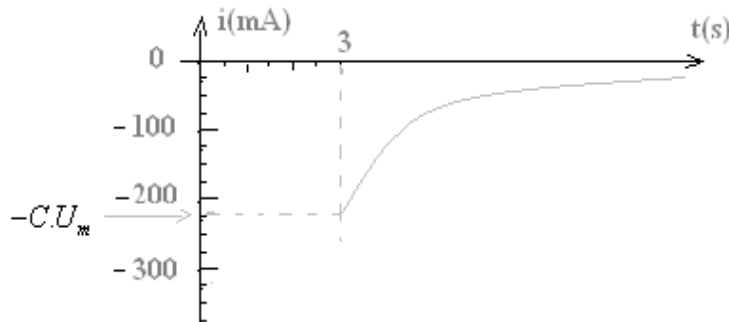
$$\text{ب) خلال التفريغ لدينا : } u_R + u_c = 0 \quad \Leftarrow \quad R \cdot i + u_c = 0 \quad \text{مع } i = \frac{dq}{dt} \quad \text{إذن : } R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad \text{لأي } R \cdot C \frac{dq}{dt} + q = 0$$

$$(1-3) \quad \text{لدينا : } u_c = U_{\max} \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} \quad \text{ولدينا :}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \cdot u_c)}{dt} = C \frac{d}{dt} \left( U_m \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} \right) = C \cdot U_m \frac{d}{dt} \left( e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot e^{\frac{3}{\tau}} \right) = C \cdot U_m \cdot e^{\frac{3}{\tau}} \frac{d}{dt} \left( e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = -\frac{C \cdot U_m}{\tau} \cdot e^{\frac{3}{\tau}} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{C \cdot U_m}{\tau} \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}}$$

$$\tau = 1 \text{s} \quad \text{ومنه } \tau + 3 = 4 \text{s} \quad \text{مبيانيا } \Leftarrow u_c = U_{\max} \cdot e^{-1} = 0,37 \times U_m = 0,83 \text{V} \quad \text{لدينا } t = \tau + 3 \quad \text{عند لحظة الشحن}$$

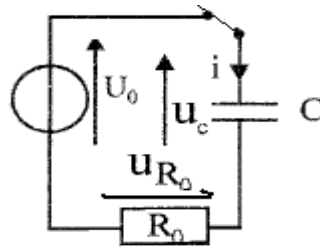
$$i = -\frac{C \cdot U_m}{1} \cdot e^{-\frac{(3-3)}{\tau}} = -C \cdot U_m = -0,225 \text{A} = -225 \text{mA} \quad \text{عند اللحظة : } t = 3$$



$$(2-1) \quad \text{عند غلق قاطع التيار ، بتطبيق قانون تجميع التوترات لدينا : } u_{R_o} + u_c = U_o \quad \text{أي } R_o \cdot i + u_c = U_o$$

$$R_o.C \frac{du_c}{dt} + u_c = U_o$$

أي :



(2-2) حل المعادلة التفاضلية:  $R_o.C \frac{du_c}{dt} + u_c = U_o$  : يكتب على الشكل :  $u_c = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B$  بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$\tau = .R_o.C = 50 \times 0,1 = 5s \text{ أي } 1 - \frac{R_o.C}{\tau} = 0 \text{ و } B = U_o \Leftarrow A.e^{-\frac{t}{\tau}}(1 - \frac{R_o.C}{\tau}) + B = U_o \Leftarrow -R_o.C \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B = U_o$$

$$u_c = A.e^{-\frac{t}{R_o.C}} + U_o \text{ : وبذلك يصبح الحل كما يلي :}$$

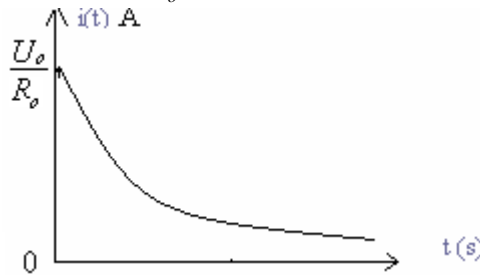
ومن خلال الشروط البدئية لدينا عند  $t = 0$  لدينا :  $u_c = 0$  أي :  $0 = A.e^0 + U_o \Leftarrow 0 = A + U_o$  أي :  $A = -U_o$

$$u_c = U_o.(1 - e^{-\frac{t}{R_o.C}}) \text{ : والحل يصبح : } u_c = -U_o.e^{-\frac{t}{R_o.C}} + U_o \text{ أي :}$$

(2-3) خلال شحن المكثف  $u_c = U_o.(1 - e^{-\frac{t}{R_o.C}})$  أي :  $u_c = U_o - U_o.e^{-\frac{t}{R_o.C}}$  إذن شدة التيار  $i = C \frac{du_c}{dt} = C \left[ 0 - (-\frac{U_o}{R_o.C}) e^{-\frac{t}{R_o.C}} \right]$

$$i = \frac{U_o}{R_o} = 2,25/50 = 0,045A$$

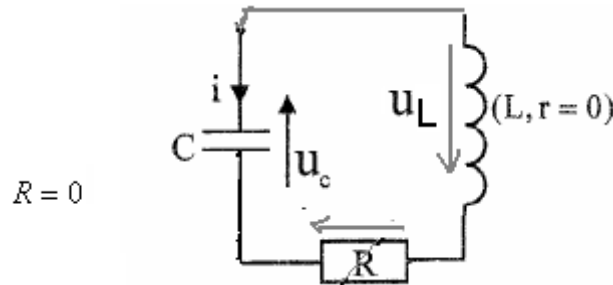
$$\text{عند } t = 0 : i = \frac{U_o}{R_o} . e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ أي :}$$



(2-4) من خلال منحنى الشكل (2) نستخرج المدة التي اسفرقها الشحن الكلي لمكثف مريم وهي :  $\Delta t = 1,5ms$  وهي تساوي مدة الشحن الكلي

$$R_o = \frac{\Delta t}{5.C} = \frac{1,5}{5 \times 0,1} = 3\Omega \text{ : ومنه } 5R_o.C = \Delta t \text{ أي } 5\tau = \Delta t \text{ : إذن } 5\tau$$

(3-1) (ا) عند وضع قاطع التيار في الموضع (2) بتطبيق قانون تجميع التوترات لدينا :  $u_L + u_c = 0$  أي :  $L \frac{di}{dt} + u_c = 0$



$$L.C \frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = 0 \text{ : إذن : } \frac{di}{dt} = C \frac{d^2u_c}{dt^2} \text{ و : } i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_c)}{dt} = C \frac{du_c}{dt} \text{ مع :}$$

(ب) حل المعادلة  $L.C \frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = 0$  يكتب كما يلي :  $u_c = U_o \cdot \cos(\frac{2.\pi}{T_o} t + \varphi)$   $\Leftarrow \frac{du_c}{dt} = -U_o \cdot \frac{2.\pi}{T_o} \sin(\frac{2.\pi}{T_o} t + \varphi)$

$$-\frac{4.\pi^2}{T_o^2} \times u_c \times L.C + u_c = 0 \text{ : بالتعويض في المعادلة التفاضلية : } \frac{d^2u_c}{dt^2} = -U_o \cdot \frac{4.\pi^2}{T_o^2} \cos(\frac{2.\pi}{T_o} t + \varphi) = -\frac{4.\pi^2}{T_o^2} \times u_c$$

$$L = \frac{T_o^2}{4\pi^2 \cdot C} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 0,1} \approx 0,25H \quad \text{معامل التحريض} \quad T_o = 2\pi\sqrt{LC} \quad \text{أي} \quad T_o^2 = 4\pi^2 \times LC \Leftrightarrow u_c = \frac{4\pi^2}{T_o^2} \times u_c \times LC$$

$$I_{\max} = \sqrt{\frac{CU_o^2}{L}} = \sqrt{\frac{0,1 \times 2,25^2}{0,25^2}} \approx 1,4A \quad \text{ومنه} \quad E_T = \frac{1}{2} \cdot CU_o^2 = \frac{1}{2} \cdot LI_{\max}^2 \quad \text{لدينا : (ج)}$$

(3-2) من خلال المعادلة التفاضلية :  $L.C \frac{d^2u_c}{dt^2} + R_2.C \frac{du_c}{dt} + u_c = 0$  أي  $\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{R_2}{L} \cdot \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{L.C} \cdot u_c = 0$  ومنه :

$$(1) \quad L.C \frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = -R_2 \cdot i \quad \text{إذن} \quad i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \cdot u_c)}{dt} = C \cdot \frac{du_c}{dt} \quad \text{ونعلم أن} \quad L.C \frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = -R_2.C \frac{du_c}{dt}$$

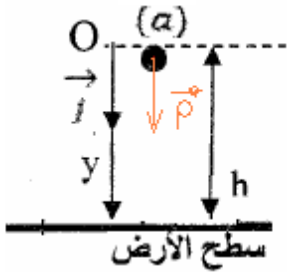
$$\text{و لدينا :} \quad E_T = \frac{1}{2} L i^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} \quad \text{إذن : مع}$$

$$\text{أي :} \quad \frac{dE_T}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} L i^2 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \right) \Leftrightarrow \Leftrightarrow \frac{dE_T}{dt} = \frac{1}{2} L \cdot 2i \frac{di}{dt} + \frac{1}{2C} \cdot 2q \cdot \frac{dq}{dt} \quad \text{مع} \quad \frac{dq}{dt} = i$$

$$\frac{dE_T}{dt} = i \cdot \left[ L.C \frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{q}{C} \right] \Leftrightarrow \frac{q}{C} = u_c \quad \text{و} \quad \frac{di}{dt} = C \cdot \frac{d^2u_c}{dt^2} \quad \text{مع}$$

$$\frac{dE_T}{dt} = i \cdot \left[ L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \right]$$

$$\frac{dE_T}{dt} = -R_2 i^2 \quad \text{وباعتبار العلاقة (1) تصبح}$$



$$\frac{dv_y}{dt} = g \quad \text{أي} \quad a_y = g \Leftrightarrow m \cdot g = m \cdot a_y \quad \text{أي} \quad P = m \cdot a_y \quad \text{على المحور } oy$$

تمرين 3 : الجزء الأول :

(1-1) - المجموعة المدروسة : (الكرة a).

جاء القوى : تخضع الكرة a خلال سقوطها لوزنها  $\vec{P}$  فقط

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G \quad \text{تطبيق القانون الثاني لنيوتن}$$

بالإسقاط على المحور  $oy$  :  $P = m \cdot a_y$  أي  $m \cdot g = m \cdot a_y$  أي  $a_y = g$  أي  $\frac{dv_y}{dt} = g$

$$(1-2) \quad v_y = g \cdot t \quad (\text{لأن } v_{oy} = 0) \quad \text{أي} \quad \frac{dy}{dt} = g \cdot t \quad \text{ومنه} \quad y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad \text{لأن} \quad y_o = 0$$

عند وصول الكرة إلى سطح الأرض عند اللحظة  $t_a$  تصبح : أي  $y = h$  :  $h = \frac{1}{2} g \cdot t_a^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \times 0,41^2 = 0,82m$

(2-1) - المجموعة المدروسة : (الكرة b)

جاء القوى : تخضع الكرة b للقوى التالية :

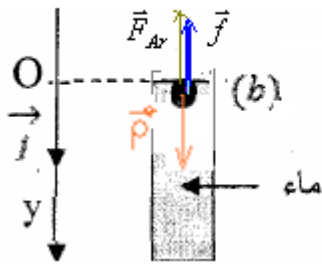
-  $\vec{P}$  وزن الكرة .

-  $\vec{F}_{Ar}$  دافعة أرخميدس .

-  $\vec{f}$  قوة الاحتكاك .

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_G \quad \text{تطبيق القانون الثاني لنيوتن}$$

$$\vec{P} + \vec{F}_{Ar} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G \quad \text{أي}$$



$$\text{بالإسقاط على المحور } oy \quad P - F_{Ar} - f = m \cdot a_y \quad \text{أي} \quad m \cdot g - \rho \cdot V \cdot g - K \cdot v^2 = m \cdot \frac{dv}{dt} \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = g - \frac{\rho \cdot V \cdot g}{m} - \frac{K}{m} \cdot v^2$$

$$(1) \quad \frac{dv}{dt} = g \left( 1 - \frac{\rho \cdot V}{m} \right) - \frac{K}{m} \cdot v^2 \quad \text{أي} \quad \text{المعادلة التفاضلية التي يحققها سرعة مركز قصور الكرة وهي b.}$$

$$(2-2) \quad \text{من خلال العلاقة السابقة :} \quad g \left( 1 - \frac{\rho \cdot V}{m} \right) - \frac{K}{m} \cdot v_\ell^2 = 0 \Leftrightarrow \frac{dv_\ell}{dt} = g \left( 1 - \frac{\rho \cdot V}{m} \right) - \frac{K}{m} \cdot v_\ell^2 = 0$$

$$K = g \left( \frac{m - \rho.V}{v_\ell^2} \right)$$

⇐

$$v_\ell^2 = g \left( \frac{m - \rho.V}{K} \right) : \text{ إذن } v_\ell = 0,85 \text{ m/s} \quad \text{ومبيانيا :}$$

$$v_\ell = \sqrt{g \left( \frac{m - \rho.V}{K} \right)}$$

$$K = 9,8 \times \left( \frac{6.10^{-3} - 10^3 \cdot 2,57.10^{-6}}{0,85^2} \right) = 4,65.10^{-3} \text{ kg.m}^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$

(2-3) من خلال (1) عند  $t = 0$  القيمة النظرية للتسارع :  $v = 0$  ،  $a_{th} = a_o = \frac{dv}{dt} = g \left( 1 - \frac{\rho.V}{m} \right)$  عند  $t = 0$  : لأن

$$a_{th} = 9,8 \times \left( 1 - \frac{10^3 \times 2,57.10^{-6}}{6.10^{-3}} \right) = 5,6 \text{ m/s}^2 \quad \text{ت.ع.}$$

القيمة التجريبية لتسارع مركز قصور الكريه عند اللحظة  $t = 0$  توافق المعامل الموجه للمماس للمنحنى عند  $t = 0$   $a_{exp} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0,9 - 0}{0,16 - 0} \approx 5,6 \text{ m/s}^2$

$$t_1 = 2 \sqrt{\frac{h}{g}}$$

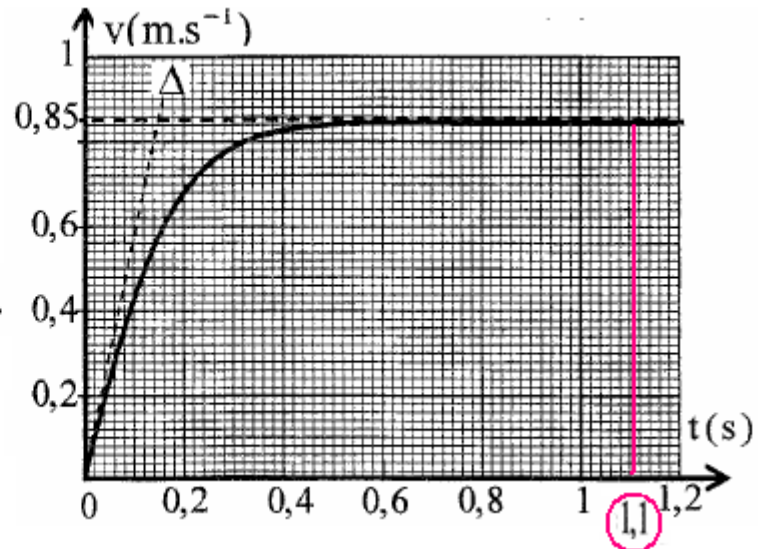
⇐

(3-1) (3) تقطع الكرية (a) المسافة  $2h$  في المدة الزمنية  $t_1$  بحيث :  $2h = \frac{1}{2} g t_1^2$

$$t_1 = t_a \sqrt{2}$$

ولدينا :  $h = \frac{1}{2} g t_a^2$  أي :  $t_a = \sqrt{\frac{2h}{g}}$  إذن :  $\sqrt{\frac{h}{g}} = \frac{t_a}{\sqrt{2}}$  وبالتالي :

تقطع الكرية (b) المسافة  $2h$  في المدة الزمنية  $t_2$  بحيث :  $t_2 = t_b + \frac{h}{v_\ell}$



- تصل الكرية (b) إلى سطح الأرض عند اللحظة  $t_b = 1,1 \text{ s}$ . ويتضح مبيانيا بعد هذه اللحظة أن حركة الكرية تصبح منتظمة.

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t_b + \frac{h}{v_\ell} - t_a \sqrt{2} :$$

لمدة الزمنية الفاصلة بين لحظتي وصول الكرتين إلى سطح الأرض

$$\Delta t = 1,1 + \frac{0,82}{0,85} - 0,41\sqrt{2} = 1,48 \text{ s} \quad \text{ت.ع.} \quad (3-2)$$

الجزء الثاني :

(1) لدينا : السرعة :  $[v] = \frac{[d]}{[t]}$  والتسارع :  $[a] = \frac{[v]}{[t]}$  إذن :  $[a] = \frac{[d]}{[t]^2}$

ولدينا :  $F = G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{d^2}$  أي :  $m \cdot a = G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{d^2}$  ومنه :  $G = \frac{d^2 \cdot a}{m_B}$  ومنه :  $[G] = \frac{[d]^2 \cdot [a]}{[m]}$

ومنه فإن تعد الثابتة  $G$  هو :  $[G] = \frac{L^3 \times T^{-2}}{M}$  ووحدتها :  $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2} / \text{kg}$

(2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر الأرضي على الارتفاع المنخفض لدينا :

$$v_1 = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r_1}} \quad \text{ومنه :} \quad v^2 = G \cdot \frac{M_T}{r_1} \quad \Leftrightarrow \quad G \cdot \frac{m_s \cdot M_T}{r_1^2} = m_s \cdot \frac{v_1^2}{r_1} \quad \text{أي :} \quad F = m_s \cdot \frac{v_1^2}{r_1} \quad \vec{F} = m_s \cdot \vec{a}_G$$

$$T_1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r_1^3}{G.M_T}} \quad \text{ولدينا : } v = r_1 \cdot \omega \text{ أي } v = r_1 \cdot \frac{2\pi}{T_1} \text{ أي } \sqrt{\frac{G.M_T}{r_1}} = r_1 \cdot \frac{2\pi}{T_1} \text{ ومنه :}$$

$$T_2 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r_2^3}{G.M_T}}$$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر الأرضي على الارتفاع المرتفع نجد بنفس الطريقة :

$$T_2 = 24h$$

بما أن  $S$  ساكن للأرض على المدار المرتفع فإن :

$$T_1 = T_2 \times \sqrt{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3}$$

$$T_1 = 24 \times \sqrt{\left(\frac{6700}{42200}\right)^3} \approx 1,52h \quad \text{ت.ع.}$$

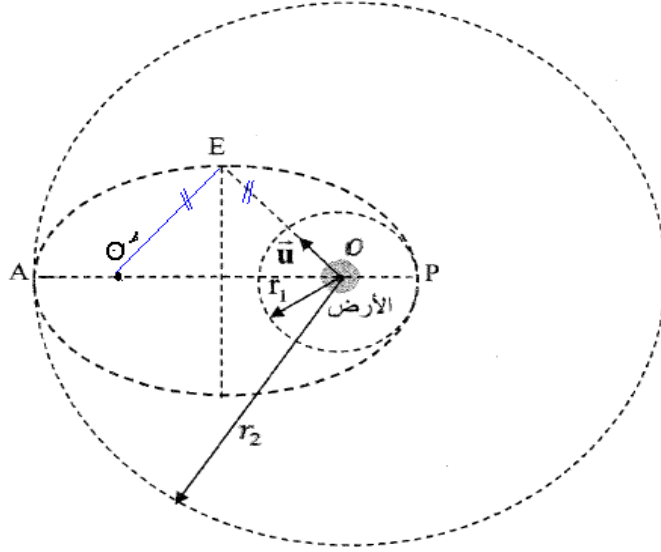
(2) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر:

$$\vec{F} = m_s \cdot \vec{a}_G \quad \text{بالإسقاط على المنظمي: } F = m_s \cdot a_N \quad \text{أي } G \cdot \frac{m_s \cdot M_T}{(OE)^2} = m_s \cdot a_N \quad \Leftrightarrow \quad a_N = G \cdot \frac{M_T}{(OE)^2}$$

$$\vec{a}_G = \vec{a}_N = -G \frac{M_T}{(OE)^2} \quad \text{إذن :} \quad a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \quad \text{للقمر حركة دورية إذن سرعته ثابتة وبالتالي :} \quad \vec{a}_G = \vec{a}_t + \vec{a}_N \quad \text{ومتجهة التسارع}$$

بما أن النقطة  $E$  تنتمي إلى المحور الصغير للإهليج فإن  $OE = O'E$  وحسب خاصية الإهليج لدينا :  $OE + O'E = 2a$  أي  $2.OE = 2a$  ومنه :  $OE = a$  لكن  $a$  غير معروفة ، لتحديدنا نطبق العلاقة الإهليجية للنقطة  $A$  وهي :  $OA + O'A = 2.a$  مع  $O'A = r_1$  و  $OA = r_2$  :

$$OE = \frac{r_1 + r_2}{2} \quad \text{و } OA = r_2 \quad \Leftrightarrow \quad r_1 + r_2 = 2.a \quad \text{ومنه :} \quad a = \frac{r_1 + r_2}{2} \quad \text{إذن :}$$



$$a_G = a_N = G \frac{M_T}{OE^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{6 \cdot 10^{24}}{\left(\frac{(6700 + 42200) \cdot 10^3}{2}\right)^2} \approx 0,67m/s^2 \quad \text{ت.ع.}$$